

TRABAJO DE MATEMÁTICAS PARA LOS ALUMNOS CON LAS MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES I PENDIENTES.

BLOQUE 1.

ARITMÉTICA, ÁLGEBRA Y ESTADÍSTICA.

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA:

▪ El número real:

- El conjunto de los números reales. Conjuntos de la recta real.
- Aproximaciones decimales.
- Operaciones con números reales.
- Potencias, notación científica
- Radicales. Operaciones y racionalización.

▪ Expresiones algebraicas:

- Polinomios. Operaciones con polinomios.
- Teorema del resto y del factor. Factorización de polinomios.
- Fracciones algebraicas. Simplificación y operaciones.

▪ Ecuaciones, sistemas de ecuaciones e inecuaciones:

- Ecuaciones polinómicas, racionales e irracionales.
- Sistemas de ecuaciones lineales (método de Gauss)
- Sistemas de ecuaciones no lineales.
- Resolución de problemas utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones.
- Inecuaciones polinómicas y racionales de una incógnita.
- Sistemas de inecuaciones de primer grado de una incógnita.
- Inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.
- Sistemas de inecuaciones de primer grado de dos incógnitas.

▪ Exponencial y logaritmo.

- Logaritmo de un número. Definición y propiedades.
- Ecuaciones y sistemas de ecuaciones exponenciales.
- Ecuaciones y sistemas de ecuaciones logarítmicas.

ESTADÍSTICA

▪ Estadística descriptiva bidimensional

- Nociones básicas de estadística
- Repaso de estadística descriptiva unidimensional
- Estadística descriptiva bidimensional. Tablas de contingencia.
- Distribución conjunta y distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales

- Distribuciones condicionadas. Medias y desviaciones típicas condicionales.
- Representación gráfica: Nube de puntos.
- Dependencia o correlación de dos variables estadísticas.
- Dependencia o correlación lineal de dos variables estadísticas. Covarianza y coeficiente de correlación lineal de Pearson. Interpretación.
- Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad.
- Coeficiente de determinación.

ARITMÉTICA Y ÁLGEBRA

Números reales.

1. Clasifica los siguientes números en racionales o irracionales:

$$\frac{1}{8}; \frac{\pi}{2}; \sqrt{5}; 2,6; 0; 2 + \sqrt{3}; -3; 6,444 \dots; \sqrt[3]{-64}; 2,12,13141,5 \dots$$

Sol: Q,I,I,Q,Q,I,Q,Q,Q,I.

2. Representa gráficamente los conjuntos $A = [3,6)$, $B = [5,8)$, $C = \{1,4\}$ y expresa como uniones de intervalos, semirrectas, etc, cada uno de los conjuntos siguientes: $A \cup B$, $A \cap B$, $A \cap C$.

3. Escribe en forma de intervalo las siguientes desigualdades:

a) $2 \leq x \leq 5$

c) $x \leq 5$

b) $x > -3$

d) $|x| \leq 2$

Sol: a) $[2,5]$, b) $(-3, \infty)$, c) $(-\infty, 5]$, d) $[-2,2]$,

4. Simplifica utilizando las propiedades de las potencias:

a) $\left(\frac{xy^2}{x^{-1}y}\right)^2 \cdot (x^2)^3 =$

b) $\frac{18^{-2} \cdot 8^4}{(2^2 \cdot 3^{-2})^4} =$

c) $\left[\left(\frac{2}{3}\right)^3 \left(\frac{4}{9}\right)^{-4} \left(\frac{3}{2}\right)^{-3}\right]^{-1} =$

Sol: a) $x^4 y^8$ b) $2^2 \cdot 3^4$ c) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

5. Opera y simplifica:

a) $\frac{(1+2^{-1})^{-3}}{(4^{-2}+2^{-1})^{-2}}$

c) $1 + 10 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^{-1} - 4^{-\frac{1}{2}}$

b) $\left(\frac{1}{3} - 2\right)^{-2} + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} \cdot (1 - 3^{-2})^{-1}$

d) $\left(\frac{1}{4} - 1\right)^{-2} - 3^{-1} \left(\frac{4}{5} - 1\right)^{-1}$

Sol: a) $\frac{3}{32}$ b) $\frac{1269}{400}$ c) $\frac{25}{2}$ d) $\frac{31}{9}$

6. Realiza las siguientes operaciones con radicales y simplifica:

a) $\sqrt{3\sqrt{3\sqrt{3}}} =$

f) $\frac{\sqrt[3]{\sqrt{x}} \cdot \sqrt[4]{\sqrt{x}}}{\sqrt{\sqrt{x}}} =$

b) $\frac{\sqrt{8^3 \sqrt{4}}}{\sqrt[4]{64}} =$

g) $\frac{(3+3\sqrt{12}-\sqrt{75})^2}{6\sqrt{3}} =$

c) $(3\sqrt{2} + \sqrt{3})^2 =$

h) $\sqrt{6 + \sqrt{5 + \sqrt{16}}} =$

d) $\frac{\sqrt[3]{a^2} (\sqrt{a^3})^3}{\sqrt[3]{a} \sqrt{a^3}} =$

i) $\sqrt{3a^2 + \sqrt{6a^4 - \sqrt{25a^8}}} =$

e) $(\sqrt{7} + \sqrt{3})^2 \cdot (5 - \sqrt{21}) =$

j) $\sqrt{128} + 5\sqrt{12} - 2\sqrt{18} - 3\sqrt{27} - \sqrt{2} =$

k) $\sqrt{8ab} + \sqrt{72ab} + \sqrt{50ab} - \sqrt{288ab} =$

Sol: a) $\sqrt[8]{3^7}$ b) $\sqrt[3]{4}$ c) $39 + 6\sqrt{6}$ d) $a^4 \cdot \sqrt[3]{a}$ e) 158 f) $a^{10}\sqrt{a^3}$ g) $6\sqrt{3} - 9$ h) 3 i) $2a$
j) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ k) $\sqrt{2ab}$

7. Calcula y simplifica, racionalizando previamente:

$$a) \frac{3}{2\sqrt{5}} + \frac{2}{3-\sqrt{5}} =$$

$$e) \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{\sqrt{7}+\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{\sqrt{7}-\sqrt{5}} =$$

$$b) \frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}} - \frac{3}{2\sqrt{6}} =$$

$$f) \frac{2}{2+\sqrt{2}} - \frac{3}{3+\sqrt{6}} - \frac{4}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} =$$

$$c) \frac{17-9\sqrt{3}}{3\sqrt{3}-5} - \frac{9}{\sqrt{3}} =$$

$$g) \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} + \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} =$$

$$d) \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}-1} + \frac{1}{\sqrt{2}+1} =$$

$$h) \frac{3\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - \frac{4\sqrt{5}}{1+\sqrt{3}} =$$

Sol: a) $\frac{3}{2} + \frac{4}{5}\sqrt{5}$ b) $5 - \frac{9}{4}\sqrt{6}$ c) 2 d) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$ e) $-10\sqrt{35}$ f) -1 g) $\frac{a+b}{a-b}$ h) $-1 - \sqrt{15} + 2\sqrt{5}$.

Expresiones algebraicas.

8. Halla un polinomio de segundo grado, sabiendo que el coeficiente del término de mayor grado es 2 y es divisible por $x+2$ y por $x-4$.

Sol: $P(x)=2x^2-4x-16$

9. Determina el valor de k para que $P(x)=x^3+3x+k$ sea divisible por $x-1$.

Sol: $k=-4$

10. Factoriza los siguientes polinomios y halla sus raíces:

$$a) P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x$$

$$b) P(x) = x^3 + x^2 - 5x + 3$$

$$c) P(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 5x - 6$$

$$d) P(x) = 2x^4 - x^3 + 6x^2 - 7x$$

Sol: a) 0, $\frac{1}{2}$, 3 b) 1 doble, -3 c) 2,3, ± 1 d) 0,1

11. Opera y simplifica las siguientes operaciones con fracciones algebraicas:

$$a) \left[\left(\frac{4}{x} + \frac{1}{x+1} \right) : \left(x - \frac{1}{x+1} \right) \right] \cdot x =$$

$$d) \left(\frac{3}{x+1} - \frac{2}{x^2-1} + \frac{x}{x-1} \right) : \left(1 + \frac{10}{x-5} \right) =$$

$$b) \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{x} \right) =$$

$$e) \left(\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b} \right) \frac{a+b}{ab} =$$

$$c) \frac{x}{x^2-1} - \frac{3}{x+1} - \frac{x+2}{x^2+x-2} =$$

$$f) \frac{2x+6}{x^2-3x} - \frac{x+5}{x^2-4x+3} + \frac{x-1}{2x+6}$$

Sol: a) $3x+2$ b) $\frac{4y}{x+y}$ c) $\frac{2-3x}{x^2-1}$ d) $\frac{x-5}{x+1}$ e) $-\frac{2}{a+b}$ f) $\frac{x^3-x-12}{2x^3-8x^2+6x}$

Ecuaciones.

12. Resolver las siguientes ecuaciones polinómicas:

$$a) x + \frac{3(x-3)}{2} + \frac{2x}{3} - 2x = \frac{3(2x-1)}{9} - \frac{1}{6}$$

- b) $\frac{2}{3}\left(\frac{5x}{2} - \frac{1}{3}\right) - 4 = 2x - 3\left(1 - \frac{x}{6}\right)$
 c) $(3x - 2)^2 = (2x + 3)(2x - 3) + 3(x + 1)$
 d) $(x^2 - 4)(2x - 6)(x + 3) = 0$
 e) $\frac{(x-1)^2}{2} - \frac{(1+2x)^2}{3} = -2 - \frac{(2x-1)(2x+1)}{3}$
 f) $(x + 1)(x - 2)(x^2 - 3x + 4) = 0$
 g) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$
 h) $x^4 + 21x^2 - 100 = 0$
 i) $\frac{(3x^2+2)(3x^2-2)}{5} - \frac{(3x-1)^2}{4} = \frac{3(x-1)}{2}$
 j) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$
 k) $6x^4 + 11x^3 - 13x^2 - 16x + 12 = 0$
 l) $2x^4 - x^3 = x(7 - 6x)$

Sol: a) -8 b) c) 1 y 2 d) ± 2 y ± 3 e) 1 y $11/3$ f) -1 y 2 g) ± 2 y ± 3 h) ± 2 i) $\pm 1/2$ y ± 1 j) 1, 2 y 3 k) 1, -2, $2/3$ y $-3/2$ l) 0 y 1.

13. Resolver las siguientes ecuaciones racionales:

- a) $\frac{5}{x+2} = \frac{3}{2} - \frac{x}{x+3}$ c) $\frac{5}{x+1} - \frac{3}{x+4} - \frac{3}{x^2+3x-4} = \frac{5}{x-1}$
 b) $\frac{x+2}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = \frac{2x+2}{x^2-1}$ d) $\frac{x-3}{x^2-x} - \frac{x+3}{x^2+x} = \frac{2-3x}{x^2-1}$

Sol: a) 3 y -4 b) 3 c) 0 d) 2

14. Resolver las siguientes ecuaciones irracionales:

- a) $\sqrt{x^2 - 1} + 1 = x$ d) $\sqrt{4x + 5} - \sqrt{3x + 1} = 1$
 b) $3x - 3\sqrt{x + 3} = x + 3$ e) $\sqrt{9\sqrt{15 - x}} = 6\sqrt{2x + 3}$
 c) $2\sqrt{x} + 1 = \sqrt{x + 9}$

Sol: a) 1 b) 6 c) 16 d) 1 y 5 e) 5

Sistemas de ecuaciones.

15. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales:

- a) $\left. \begin{aligned} \frac{3(x-2)}{4} + \frac{2(y-3)}{5} &= \frac{2}{5} \\ \frac{2(y-4)}{3} + \frac{3(x-1)}{2} &= \frac{3}{2} \end{aligned} \right\}$ c) $\left. \begin{aligned} -2x + y + z &= 6 \\ 3x - z &= -7 \\ x - 5y + 2z &= 7 \end{aligned} \right\}$

- b) $\left. \begin{aligned} 2x + y - z &= 0 \\ x - 2y + 3z &= 13 \\ -x + y + 4z &= 9 \end{aligned} \right\}$ d) $\left. \begin{aligned} x - 9y + 5z &= 33 \\ x + 3y - z &= -9 \\ x - y + z &= 5 \end{aligned} \right\}$

Sol: a) $x=2, y=4$ b) $x=2, y=-1, z=3$ c) $x=-1, y=0, z=4$ d) SCI $x=t, y=\frac{-7+t}{2}, z=\frac{3-t}{2}$

16. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones no lineales:

$$\begin{array}{l} \text{a) } \left. \begin{array}{l} x^2 - y^2 = 21 \\ x + y = 3 \end{array} \right\} \\ \text{b) } \left. \begin{array}{l} \frac{x-2}{3} - \frac{y-4}{2} = 1 \\ \frac{2}{x-3} = \frac{4}{y-2} \end{array} \right\} \\ \text{c) } \left. \begin{array}{l} xy = -30 \\ x + y = 7 \end{array} \right\} \\ \text{d) } \left. \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 10 \\ x^2 - y^2 = 8 \end{array} \right\} \end{array}$$

Sol: a) $x=5, y=-2$; b) $x=7/2, y=3$ c) $x=10, y=-3$; $x=-3, y=10$ d) $x=3, y=1$; $x=-3, y=1$;
 $x=-3, y=1$; $x=-3, y=-1$

Problemas utilizando ecuaciones y sistemas de ecuaciones.

17. En un triángulo rectángulo el cateto mayor mide tres metros menos que la hipotenusa y tres más que el otro cateto. Halla los lados del triángulo y su área.

Sol: 19 m ,9 m ,15 m y 54 m².

18. El área de un triángulo rectángulo es 30 m² y la hipotenusa mide 13m. ¿Cuáles son las longitudes de los catetos?

Sol: 12 m y 5 m.

19. En una clase el 70% son chicos. Además, se sabe que hay 12 chicas menos que chicos. ¿Cuántas chicas y chicos hay?.

Sol: 21 chicos y 9 chicas.

20. Un grupo de amigos celebra una comida cuyo coste total asciende a 120 euros. Uno de ellos hace notar que, si fueran cuatro más, hubieran pagado 5 euros menos por persona. ¿Cuántos amigos forman el grupo y cuánto paga cada uno?

Sol: 8 amigos y 15 euros.

21. Calcula los lados de un rectángulo sabiendo que suman 20cm, y que si aumentamos su base en 1cm y disminuimos su altura en 2cm obtenemos un rectángulo que tiene la misma área que el rectángulo inicial.

Sol: La base mide 4cm y la altura 10cm.

22. Una habitación rectangular tiene una superficie de 30 m² con perímetro 22m. Halla las dimensiones de la habitación.

Sol: Las dimensiones son 6cm x 5 cm.

23. Tres hermanos se reparten un premio de 350€. Si el mayor recibe la mitad de lo que recibe el mediano, y el mediano la mitad de lo que recibe el pequeño, ¿cuánto dinero tendrá cada hermano al final?.

Sol: 50€ el mayor, 100€ el mediano y 200€ el pequeño.

24. En una reunión hay 22 personas, entre hombres, mujeres y niños. El doble del número de mujeres más el triple del número de niños, es igual al doble del número de hombres. Si, además, se sabe que el número de hombres es el doble del de mujeres, ¿cuántos hombres, mujeres y niños hay?

Sol: 12 hombres, 6 mujeres y 4 niños.

25. Por un rotulador, un cuaderno y una carpeta se pagan 3,56 euros. Se sabe que el precio del cuaderno es la mitad del precio del rotulador y que, el precio de la carpeta es igual al precio del cuaderno más el 20% del precio del rotulador. Calcula los precios que marcaba cada una de las cosas, sabiendo que sobre esos precios se ha hecho el 10% de descuento.

Sol: El rotulador marcaba 1,80 euros, el cuaderno, 0,90 euros y, la carpeta, 1,26 euros

Inecuaciones.

26. Resolver las siguientes inecuaciones polinómicas:

a) $\frac{x}{3} - \frac{2x+5}{2} - \frac{3-2x}{6} > 0$

b) $\frac{x-1}{3} - \frac{x-4}{2} \leq \frac{x+4}{2} - 3$

c) $\frac{2x+5}{6} > 1 + \frac{x+2}{3}$

d) $x^2 - 2x - 3 > 0$

e) $x^2 + 2x + 2 < 0$

f) $x(x^2 - 2) - (x + 1)(x^2 - 1) > 4 - x^2$

g) $x^2 - 4x \leq -4$

h) $x^2 < 4$

Sol: a) $(-\infty, -9)$ b) $[4, \infty)$ c) Sin solución d) $(-\infty, -1) \cup (3, \infty)$ e) Sin solución f) \mathbb{R} g) 2 h) $[-2, 2]$

27. Resolver las siguientes inecuaciones racionales:

a) $\frac{3-x}{x-2} \geq 0$

c) $\frac{2x+2}{x-1} \geq 1$

b) $\frac{x+1}{x-2} - 2 \geq 0$

d) $\frac{1}{x-1} > \frac{3}{x+1}$

Sol: a) $(2, 3]$ b) $(2, 5]$ c) $(-\infty, -3] \cup (1, \infty)$ d) $(-\infty, -1) \cup (1, 2)$

28. Resolver los siguientes sistemas de inecuaciones con una incógnita

a) $\begin{cases} 2 - x > 0 \\ 1 + x > 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} x \geq 0 \\ 1 + x < 0 \end{cases}$

$$c) \begin{cases} \frac{x}{3} - \frac{x}{2} \geq 1 \\ (x+1)^2 - x^2 \leq 1 \end{cases}$$

Sol: a) (-1,2) b) No tiene c) $[-\infty, 6]$

29. Resuelve las siguientes inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

a) $x - 2y > 0$ b) $5x - 2y \leq 3$ c) $-2x - y < 2$

30. Resuelve los siguientes sistemas de inecuaciones de primer grado con dos incógnitas.

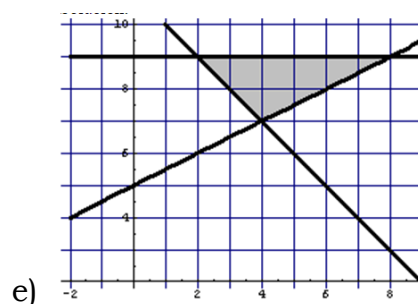
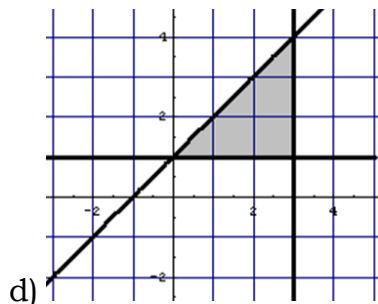
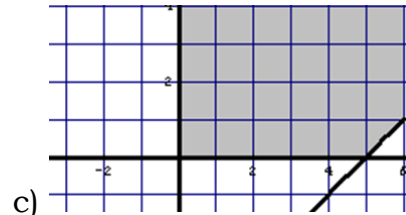
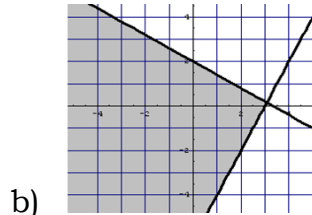
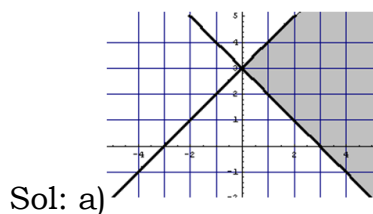
a) $\begin{cases} -x + y \leq 3 \\ x + y - 3 > 0 \end{cases}$

c) $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 5 \end{cases}$

e) $\begin{cases} x + y \geq 11 \\ -x + 2y \geq 10 \\ y \leq 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x - y > 6 \\ 3x + 5y - 10 < 0 \end{cases}$

d) $\begin{cases} y \geq 1 \\ x \leq 3 \\ -x + y \leq 1 \end{cases}$



Logaritmos. Definición y propiedades

31. Calcula los siguientes logaritmos:

a) $\log_4 4$ d) $\log_{1/2} \sqrt[3]{4}$
 b) $\log_4 16$ e) $\log_5 125$
 c) $\log_{16} 4$ f) $\log_{1/4} 64$

Sol: a) 1 b) 2 c) 1/2 d) -2/3 e) 3 f) -3

32. Utilizando la definición de logaritmo, hallar el valor de x en cada una de las siguientes igualdades:

a) $\log_2 8 = x$

c) $\ln x = 2$

e) $\log_3 3 = x$

b) $\log_3 x = -2$

d) $\log_x 81 = 2$

f) $\log_x 25 = -1$

Sol: a) 3 b) 1/9 c) e^2 d) 9 e) 1 f) 1/25

33. Calcula el valor de las siguientes expresiones utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\log_6 \frac{1}{36}$

c) $\log \frac{\sqrt{10}}{0,1}$

e) $\log_3 \frac{1}{3^4 \sqrt{27}}$

b) $\log_3 \sqrt[4]{27}$

d) $\log \sqrt{20} + \log \sqrt{5}$

Sol: a) -2 b) $\frac{3}{4}$ c) -1/2 d) 1 e) -7/4

34. Justifica las siguientes igualdades utilizando las propiedades de los logaritmos:

a) $\frac{\log 6 + \log 2}{\log 9 + \log 8 - \log 6} = 1$

c) $\frac{\log 6 + \log 3 - \log 2}{\log 9 - \log 3} = 2$

b) $\log 125 = 3(1 - \log 2)$

d) $\frac{1 + \log 8}{\log 5 + 2 \log 4} = 1$

35. Utilizando las propiedades del logaritmo, desarrollar al máximo las expresiones siguientes:

a) $\log(2x)^3$

c) $\ln \frac{\sqrt[3]{a^5} \cdot b^4}{c^2 \cdot d}$

d) $\log \sqrt{\frac{x^3 y^2}{z^4}}$

b) $\log \frac{xyz}{pq}$

Sol: a) $3 \log 2 + 3 \log x$ b) $\log x + \log y + \log z - \log p - \log q$ c) $\frac{5}{3} \log a + 4 \log b - 2 \log c - \log d$

d) $\frac{3 \log x + 2 \log y - 4 \log z}{2}$

36. Elimina logaritmos de las siguientes expresiones:

a) $\log C = 2 \log 7 - 3 \log x - \frac{4}{5} \log y + \frac{1}{2} \log z$

b) $\log D = 3 \log 2 - \frac{1}{2} \log x + \frac{3}{4} \log y - 5 \log z$

Sol: a) $C = \frac{49 \sqrt{z}}{x^3 \cdot 5 \sqrt{y^4}}$ b) $D = \frac{8 \sqrt[4]{y^3}}{\sqrt{x} \cdot z^5}$

Ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

37. Resuelve las siguientes ecuaciones exponenciales:

a) $5^{x^2+3x} = 625$

e) $2^{x+1} + 2^{x+2} + 2^{x+3} + 2^x = 60$

b) $2^{x+1} = 4^{2x-4}$

f) $4^x - 2^{x+2} = 32$

c) $10^{x-1} = 1$

g) $11 \cdot 3^x - 9^x = 18$

d) $2^x = 3$

h) $\sqrt[x]{a} = a^x$

Sol: a) -4 y 1 b) 3 c) 1 d) $\log_2 3$ e) 2 g) 3 h) 2 y $\log 2 / \log 3$ j) 1

38. Resuelve las siguientes ecuaciones logarítmicas:

a) $2\log x - \log(x + 6) = 3\log 2$

b) $\ln(x - 3) + \ln(x + 1) = \ln 3 + \ln(x - 1)$

c) $\log(x + 9) = 2 + \log x$

d) $\log\sqrt{3x + 5} + \log\sqrt{x} = 1$

e) $\log(2x + 6) - 1 = 2\log(x - 1)$

f) $\log x^2 + \log x^3 = 5$

Sol: a) 12 b) 5 c) 1/11 d) 5 e) 2 y 1/5 f) 10

Sistemas de ecuaciones exponenciales y logarítmicas:

39. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones logarítmicos y exponenciales:

a)
$$\left. \begin{array}{l} 2^x + 5^y = 9 \\ 2^{x+1} - 5^{y+1} = -9 \end{array} \right\}$$

c)
$$\left. \begin{array}{l} \log_3 x + \log_3 y = 1 \\ x + y = 4 \end{array} \right\}$$

b)
$$\left. \begin{array}{l} 2^x + 2^y = 24 \\ 2^{x+y} = 128 \end{array} \right\}$$

d)
$$\left. \begin{array}{l} \log_2 x + \log_2 y = 5 \\ \log_2 x^2 - \log_2 y = 3 \end{array} \right\}$$

Sol: a) $x = 2; y = 1$ b) $\begin{matrix} x_1 = 4; y_1 = 3 \\ x_2 = 3; y_2 = 4 \end{matrix}$ c) $\begin{matrix} x_1 = 3; y_1 = 1 \\ x_2 = 1; y_2 = 3 \end{matrix}$ d) $x = 4; y = 2$

ESTADÍSTICA

Nociones básicas de estadística. Repaso de estadística descriptiva unidimensional.

1. Indica que variables son cualitativas y cuales cuantitativas:
 - a) Comida favorita.
 - b) Profesión que te gusta.
 - c) Número de goles marcados por tu equipo favorito en la última temporada.
 - d) Número de alumnos de tu instituto.
 - e) El color de los ojos de tus compañeros de clase.
 - f) Coeficiente intelectual de tus compañeros de clase.

2. De las siguientes variables indica cuáles son discretas y cuáles son continuas:
 - a) Número de acciones vendidas cada día en la Bolsa.
 - b) Temperatura registrada cada hora en un observatorio.
 - c) Periodo de duración de un automóvil.
 - d) El diámetro de las ruedas de varios coches.
 - e) Número de hijos de 50 familias.
 - f) Censo anual de los españoles.

3. Las puntuaciones obtenidas por un grupo en una prueba han sido:

15, 20, 15, 18, 22, 13, 13, 16, 15, 19,

18, 15, 16, 20, 16, 15, 18, 16, 14, 13

Construir la tabla de distribución de frecuencias y dibuja el polígono de frecuencias y el diagrama de barras.

4. Los pesos de los 65 empleados de una fábrica vienen dados por la siguiente tabla:

| Peso | [50,60) | [60,70) | [70,80) | [80,90) | [90,100) | [100,110) | [110,1200) |
|--------------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|------------|
| Nº empleados | 8 | 10 | 16 | 14 | 10 | 5 | 2 |

- a) Construir la tabla de frecuencias.
- b) Representar el histograma y el polígono de frecuencias.
- c) Calcula la moda, la mediana y la media.
- d) Calcula el rango, la varianza y la desviación típica.

Estadística descriptiva bidimensional. Tablas de contingencia.
Distribución conjunta y distribuciones marginales. Medias y desviaciones típicas marginales
Distribuciones condicionadas. Medias y desviaciones típicas condicionales.
Representación gráfica: Nube de puntos.
Dependencia o correlación lineal de dos variables estadísticas.
Covarianza y coeficiente de correlación lineal de Pearson.
Interpretación.
Regresión lineal. Predicciones estadísticas y fiabilidad.
Coefficiente de determinación.

5. Un grupo de 10 amigos se han presentado a una prueba de oposición. Anotaron el número de horas que dedicaron a estudiar la semana antes del examen y la nota que obtenida en la prueba. La información se recoge en la siguiente tabla:

| | | | | | | | | | | |
|------------------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Horas de estudio | 21 | 15 | 10 | 15 | 20 | 30 | 18 | 20 | 25 | 16 |
| Nota | 9 | 7 | 5 | 2 | 7 | 8 | 8 | 6 | 5 | 4 |

Representa la nube de puntos e indica cuál de estos valores te parece más apropiado para el coeficiente de correlación: 0,92; -0,44; -0,92; 0,44

6. Los valores de dos variables X e Y se distribuyen según la tabla siguiente:

| | | | |
|-----|-----|----|----|
| Y/X | 100 | 50 | 25 |
| 14 | 1 | 1 | 0 |
| 18 | 2 | 3 | 0 |
| 22 | 0 | 1 | 2 |

Se pide:

- Calcular la covarianza.
- Obtener e interpretar el coeficiente de correlación lineal.
- Ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.

7. Cinco niños de 2, 3, 5, 7 y 8 años de edad pesan, respectivamente, 14, 20, 32, 42 y 44 kilos.

Hallar la ecuación de la recta de regresión de la edad sobre el peso.

¿Cuál sería el peso aproximado de un niño de seis años?

8. Un centro comercial sabe en función de la distancia, en kilómetros, a la que se sitúa de un núcleo de población, acuden los clientes, en cientos, que figuran en la tabla:

| | | | | | | |
|--------------------|----|----|----|----|----|----|
| Nº de clientes (X) | 8 | 7 | 6 | 4 | 2 | 1 |
| Distancia (Y) | 15 | 19 | 25 | 23 | 34 | 40 |

- Calcular el coeficiente de correlación lineal.
- Si el centro comercial se sitúa a 2 km, ¿cuántos clientes puede esperar?
- Si desea recibir a 500 clientes, ¿a qué distancia del núcleo de población debe situarse?

9. Las notas obtenidas por cinco alumnos en Matemáticas y Química son:

| | | | | | |
|-------------|-----|-----|---|---|-----|
| Matemáticas | 6 | 4 | 8 | 5 | 3.5 |
| Química | 6.5 | 4.5 | 7 | 5 | 4 |

Determinar las rectas de regresión y calcular la nota esperada en Química para un alumno que tiene 7.5 en Matemáticas.

10. Un conjunto de datos bidimensionales (X, Y) tiene coeficiente de correlación $r = -0.9$, siendo las medias de las distribuciones marginales $\bar{x} = 1$, $\bar{y} = 2$. Se sabe que una de las cuatro ecuaciones siguientes corresponde a la recta de regresión de Y sobre X:

$$y = -x + 2$$

$$3x - y = 1$$

$$2x + y = 4$$

$$y = x + 1$$

Seleccionar razonadamente esta recta.

11. Las estaturas y pesos de 10 jugadores de baloncesto de un equipo son:

| | | | | | | | | | | |
|--------------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| Estatura (X) | 186 | 189 | 190 | 192 | 193 | 193 | 198 | 201 | 203 | 205 |
| Pesos (Y) | 85 | 85 | 86 | 90 | 87 | 91 | 93 | 103 | 100 | 101 |

Calcular:

- La recta de regresión de Y sobre X.
- El coeficiente de correlación.
- El peso estimado de un jugador que mide 208 cm.

12. Se ha solicitado a un grupo de 50 individuos información sobre el número de horas que dedican diariamente a dormir y ver la televisión. La clasificación de las respuestas ha permitido elaborar la siguiente tabla:

| | | | | | |
|---------------------------------|---|----|----|----|----|
| Nº de horas dormidas (X) | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Nº de horas de televisión (Y) | 4 | 3 | 3 | 2 | 1 |
| Frecuencias absolutas (f_i) | 3 | 16 | 20 | 10 | 1 |

Se pide:

- Calcular el coeficiente de correlación y de determinación
- Determinar la ecuación de la recta de regresión de Y sobre X.
- Si una persona duerme ocho horas y media, ¿cuánto cabe esperar que vea la televisión?

13. Las puntuaciones obtenidas por un grupo de alumnos en una batería de test que mide la habilidad verbal (X) y el razonamiento abstracto (Y) son las siguientes:

| | | | | |
|---------|----|----|----|----|
| Y/X | 20 | 30 | 40 | 50 |
| (25-35) | 6 | 4 | 0 | 0 |
| (35-45) | 3 | 6 | 1 | 0 |
| (45-55) | 0 | 2 | 5 | 3 |
| (55-65) | 0 | 1 | 2 | 7 |

Se pide:

- ¿Existe correlación entre ambas variables?
- Según los datos de la tabla, si uno de estos alumnos obtiene una puntuación de 70 puntos en razonamiento abstracto, ¿en cuánto se estimará su habilidad verbal?

14. Un jugador de baloncesto juega una media de 22,5 minutos por partido, con una desviación típica de 5 minutos, obteniendo una media de 17,5 puntos, con una desviación típica de 6,5 puntos. El coeficiente de correlación entre minutos jugados y puntos conseguidos es 0,7. Estima el número de puntos conseguidos si jugara en un partido 18 minutos.

15. Se ha hecho un test a 100 atletas sobre sus marcas en 100 metros y en 400 metros. Se ha obtenido que la marca media en 100 metros es de 12,2 segundos con una desviación típica de 0,5 segundos, mientras que la marca media en 400 metros es de 61,3 segundos con una desviación

típica de 1 segundo. Si el coeficiente de correlación lineal entre ambas pruebas es de 0,9.

- a) ¿Podemos asegurar que los corredores que son mejores en 100 metros lo son también en 400 metros? Justifica tu respuesta.
- b) ¿Qué marca en 400 metros puede esperarse de un atleta que corre los 100 metros en 11 segundos?

16. Un examen de cierta asignatura consta de dos partes, una teórica (X) y otra práctica (Y). El profesor de la misma quiere ver si existe algún tipo de correlación entre las notas de teoría y práctica. Obtiene que la recta de regresión de Y sobre X es $4x - 3y = 0$ y la de X sobre Y es $3x - 2y = 1$.

- a) Calcular el coeficiente de correlación y decir si las variables están o no correlacionadas.
- b) Calcular la media de las notas de teoría y práctica.