Fuentes utilizadas para realizar esta presentación:

-Web de Fernando Martínez Manrique, profesor de Filosofía de la Universidad de Granada: http://www.ugr.es/~fmmanriq/l1.htm.
-Entradas de la Wikipedia: falacia; lógica de segundo orden; lógica de primer orden; lógica informal; pensamiento lateral; razonamiento circular; tablas de verdad; lógica polivalente.
- http://sapiens.ya.com/giraldosofia/logicainformal.htm

ÍNDICE

1. ¿Qué es la lógica?
2. Lógica informal y falacias.
3. Lógica formal: tablas de verdad.
4. Lógica formal: cálculo lógico.

LA LÓGICA

- Es el estudio de la capacidad que tiene el ser humano para razonar con su lenguaje.
- En todo “*razonamiento*” o “*argumentación*” se extrae una *conclusión* a partir de unas *premisas*.
- En Lógica no es importante la **verdad** de lo que se dice, sino la **validez o corrección** de los argumentos utilizados. En otras palabras, *razonar* no es decir la *verdad*, sino pensar *bien*.
- Un argumento será correcto cuando está hecho de tal modo que **si las premisas fueran verdaderas, también tendría que serlo la conclusión.**

Ejemplos de argumentos

- Todos los hombres son mortales.
- Sócrates es un hombre.
- Por tanto, Sócrates es mortal.

PREMISAS

CONCLUSIÓN

- Olaf no es español puesto que es alto, rubio, de tez clara y habla con acento extranjero.

Premisa + conclusión = argumento

- Tanto premisas como conclusiones afirman (o niegan) algo. Por eso decimos de ellas que tienen VALOR DE VERDAD, es decir, que son verdaderas o falsas.
- La diferencia es que la conclusión «se apoya», «se sigue de», «es consecuencia» las premisas. Esto suele marcarse con expresiones como *por tanto*, *así que*, *por consiguiente*, *en consecuencia*…
- En cambio un ARGUMENTO no tiene valor de verdad (no puede ser verdadero ni falso). Lo que sí puede tener, o no, es VALIDEZ.

¿Cuándo es válido un argumento?

- Lo que hace que un argumento sea válido es que tiene una determinada ESTRUCTURA que imposibilita que de premisas verdaderas puedan extraerse conclusiones falsas.

- Esto significa que podemos encontrarnos con cuatro posibilidades y que solo en una de ellas la argumentación no es válida. ¿Adivinas cuál?

a) Que las premisas y la conclusión sean verdaderas.
b) Que las premisas sean falsas y la conclusión verdadera.
c) Que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.
d) Que las premisas y la conclusión sean falsas.

Ejemplos de argumentos válidos:

a) Donde las premisas y conclusión son verdaderas.

- Premisa 1: Todos los hombres son mortales (verdad).
- Premisa 2: Sócrates es un hombre (verdad).
- Conclusión: Sócrates es mortal (verdad).

b) Donde algunas o todas las premisas son falsas y la conclusión es verdadera.

- Premisa 1: Todos los caballos son mortales (verdad).
- Premisa 2: Sócrates es un caballo (falso).
- Conclusión: Sócrates es mortal (verdad).

d) Donde las premisas son falsas y la conclusión es falsa.

- Premisa 1: Todos los caballos tienen ocho patas (falso).
- Premisa 2: Sócrates es un caballo (falso).
- Conclusión: Sócrates tiene ocho patas (falso).

Ejemplo de argumento sin validez:

c) Donde las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa:

- Premisa 1: Todos los caballos son mortales.
- Premisa 2: Sócrates es mortal.
- Conclusión: Sócrates es un caballo.

(En efecto, todos los caballos son mortales, pero del hecho de que Sócrates sea mortal no puede deducirse que Sócrates sea un caballo.)

La lógica sirve para muchas cosas…

– La lógica sirve para investigar cómo se produce el razonamiento, lo cual puede aplicarse a muchas finalidades prácticas como, por ejemplo:
  - Para crear inteligencia artificial.
  - Para mejorar nuestra capacidad analítica, o sea, para pensar mejor.
  - Para corregir defectos o resolver problemas complejos.
  - Por último, como es bastante habitual que se utilice el lenguaje de forma tendenciosa o incorrecta, serviría para evitar malentendidos, imprecisiones, que nos tomen el pelo, etc.

Índice

La lógica tiene dos ramas fundamentales

- La lógica informal, que *estudia* los argumentos, tal como se presentan en la vida diaria.
- La lógica formal, que *estudia* los argumentos de una forma técnica o artificial, esto es, construyendo lenguajes artificiales.
- En ambos casos, no se trata de averiguar nada sobre la realidad, sino de investigar cómo “argumentamos” con nuestras ideas, dando igual si estas son o no verdaderas.

LÓGICA INFORMAL

- Podemos relacionar con esta disciplina “artes” clásicas tales como:
  - LA RETÓRICA: Arte de la persuasión.
  - LA DIALÉCTICA: Arte de conversar y discutir.
  - LA ORATORIA: Arte de hablar en público.

Índice

A menudo, quienes usan estas artes lo hacen para manipular al auditorio. Por eso la lógica informal nos puede servir para identificar las FALACIAS (*argumentos no válidos*) más usadas en el lenguaje cotidiano. Veamos algunas de ellas:

Índice

Ad populum

- Se argumenta diciendo lo que el auditorio o el interlocutor quiere oír, o bien usando argumentos dirigidos a la pasión o el apetito y no a la razón.
- Ejemplo: “Vas a aprender lógica porque TÚ LO VALES.”

Índice

Ad baculum

- Argumentamos apoyándonos en una posición de poder y usándola como argumento implícita o explícitamente. También se usa cuando se argumenta usando la autoridad de alguien.
- Ejemplo: “Si no te pones el casco, te pondrán una multa.”

Índice

Ad verecundiam

- Defiende la conclusión apelando a algo o alguien que se considera una autoridad pero sin dar otras razones que lo justifiquen.
- Ejemplo: “Lo han dicho en televisión, así que debe ser verdad”.

Ad hominem

- Argumentamos aludiendo a un atributo físico, una característica moral o una condición personal del interlocutor, usándolo como razón.
- Por ejemplo: “No puede ser un buen Presidente porque ha demostrado ser un mal esposo.”

Índice

Tu quoque

- Se trata de argumentar saliendo de la cuestión como “tú más” o “tú también lo hiciste” intentado descalificar así al interlocutor.
- Ejemplo: “¡Vaya! Habló el que nunca ha roto un plato.”

Ad ignorantiam

- Argumentamos usando a propósito información que el interlocutor desconoce:
- Ejemplo: “Dios existe porque nadie ha podido demostrar lo contrario.”

De la tradición

- Argumentamos apelando a que algo ha sido siempre así y eso lo convierte en bueno, recomendable, conveniente o en verdadero.
- Ejemplo: “No se pueden prohibir las corridas de toros porque es una tradición de los españoles.”

Falacia del énfasis

- Se comete cuando un término o grupo de términos pretenden capturar la atención, no reflejando realmente lo que significa. Son presentados muchas veces como titulares de algún diario o texto.
- Ejemplo: “Apruébame, apruébame, anda, por favor te lo pido, venga, apruébame, por favor, por favor…” (Esto acompañado de todo tipo de gestos y posturas enfatizantes.)

Falacia de la anfibología

- Se cometе cuando el enunciado no es claro porque se le han suprimido algunos términos o estos tienen doble sentido.
- Ejemplo: “La perra de tu hermana está enferma.”

Ad misericordiam

- Se trata de que nuestro razonamiento se basa en la aceptación de conclusiones derivadas de la piedad o la misericordia en contextos exagerados.
- Ejemplo: Un etarra solicita que libertad para cuidar de su anciana madre.

Falacia de la causa falsa (*non causa pro causa*)

- Se comete cuando argumentamos basándonos en creencias o supersticiones.
- Ejemplo: “Te ha pasado porque *estaba para ti*.”

Razonamiento circular (*petitio principii*)

- El nombre completo en latín es *petere id quod demonstrandum in principio propositum est*, que significa: afirmar aquello que se debe demostrar. Se comete cuando la conclusión es también la premisa inicial.
- Ejemplo: “El tabaco engancha porque es adictivo.”

Pregunta compleja

- Se comete cuando queremos dar una sola respuesta a una pregunta múltiple o a situaciones que involucran más de una pregunta.
- Ejemplo:

- “Si tú no vas, tendré que ir yo.”

- “De acuerdo.”

- La lógica informal también se relaciona con la capacidad de encontrar soluciones nuevas y creativas a problemas que pueden ser o no nuevos. A este modo de pensar se le denomina PENSAMIENTO LATERAL.
- Pensar de este modo supone ver los problemas desde nuevas perspectivas y ser “ingeniosos”. Ejemplos serían los ACERTIJOS como este: ¿Cuánta tierra hay en un hoyo de un metro de largo por un metro de ancho y un metro de profundidad?

Ejercicios de falacias

- Todo el mundo dice que la liga de fútbol está amañada, luego debe ser verdad.
- Nadie ha demostrado que existan los extraterrestres, por tanto existen.
- Se ha roto la pierna porque yo ayer deseé que le ocurriera algo malo.
- Este problema se hace así, porque si no te van a suspender.
- La gasolina se incendia porque es inflamable.
- Todos los días me tomo unos vinos porque Antonio Banderas dijo que el vino es bueno para la salud.
- No puedes decirme que no fume si tú eres una fumadora empedernida.
- En abril siempre llueve porque me lo ha dicho mi abuelo.
- Es falso que la mujer esté discriminada de la sociedad actual. Ya se sabe que las feministas son unas exageradas.

LÓGICA FORMAL

- Recordemos que la lógica formal estudia los argumentos de una forma técnica o artificial, esto es, construyendo lenguajes artificiales.

- Podemos exponer la estructura formal de nuestros razonamientos en el lenguaje natural con la ayuda de estos lenguajes artificiales. Para ello debemos traducir el lenguaje natural al lenguaje de la lógica. A esto se le conoce como "FORMALIZAR".

- Estos lenguajes lógicos pueden ser más o menos complejos.

- El nivel más simple de todos se denomina LÓGICA PROPOSICIONAL. En él se analizan las partículas que conectan **oraciones enteras**, a saber, las **conectivas lógicas**: Y, O, NO, SI… ENTONCES, SI Y SOLO… SI.

- En la lógica proposicional se manejan las **proposiciones** sin analizar.

- A un nivel superior estaría la LÓGICA DE PREDICADOS, que amplía la anterior mediante el análisis de la estructura interna de las proposiciones.

- En él se analizan las partículas que relacionan los elementos dentro de las oraciones: TODOS, ALGUNOS, NINGUNO…

- Estos lenguajes lógicos son investigados principalmente por los matemáticos dentro de una disciplina denominada METAMATEMÁTICA, esto es, una el intento de fundamentar las matemáticas desde la lógica.

LÓGICA PROPOSICIONAL

- Puesto que forma parte de la lógica formal, utiliza un lenguaje artificial.
- Esta clase de lógica considera las relaciones que pueden establecerse entre proposiciones (u "enunciados") que no se analizan.
- Una **proposición** o **enunciado** es una oración enunciativa que afirma o niega algo sobre el mundo y que puede ser verdadero o falso.

Constantes proposicionales

- Simbolizan proposiciones o enunciados atómicos (simples) que tienen un valor de verdad.

- Ejemplos de enunciados atómicos:
  - ‘Llueve’.
  - ‘La capital de Polonia es Barbate’.
  - ‘El universo es una sucesión infinita de trasmigraciones que pululan sin cesar de un lado a otro como si fueran antorchas en una ceremonia antigua’.

- No son proposiciones, pues ni afirman ni niegan nada, y no tienen simbolización lógica, ni las preguntas ni las exclamaciones, ni ninguna oración a la que no se pueda asignar un valor de verdad.

- Para simbolizar a las proposiciones atómicas utilizaremos las siguientes letras minúsculas: p, q, r, s, t, u, v, w.

- Los enunciados atómicos (simples) pueden unirse para formar enunciados moleculares (complejos). Para ello es necesario enlazar unos enunciados con otros mediante "conectivas lógicas".

-Desde un punto de vista semántico, las proposiciones (atómicas o moleculares) son **verdaderas** ("1" o "V") o **falsas** ("0" o "F"), y no hay una *tercera posibilidad*.

-A esto se le conoce como "**principio de tercero excluido**" o también, "**principio de bivalencia**". La lógica resultante de la aplicación de estos principios es una lógica binaria, de unos y ceros, muy apropiada para el lenguaje de computación.

- También hay **lógicas polivalentes,** que rechazan el principio del tercero excluido de las lógicas bivalentes y admiten más valores de verdad: desde tres, hasta infinito.

- De manera especial, las lógicas trivalentes son adecuadas para el **modelo dialéctico de pensamiento** (según el cual el pensamiento progresa a través de sucesivas oposiciones y síntesis de conceptos) y para trabajar con el *principio de incertidumbre de Heisenberg* **(física cuántica)**.

Conectivas lógicas

- Para formar proposiciones moleculares, las proposiciones atómicas deben relacionarse unas con otras a través de las **conectivas**.

- Cada conectiva expresa una relación distinta entre los elementos conectados e impone unas condiciones distintas para que el conjunto sea verdadero o falso. Por ejemplo, estas no es lo mismo decir “eres guapo **y también** inteligente” que decir “**o bien** eres guapo, **o bien** eres inteligente”.

- Las relaciones entre valores de verdad que establecen las conectivas pueden recogerse en forma de tablas:
    - Cada conectiva tiene una tabla única.
    - La tabla especifica cuál es valor de verdad del enunciado molecular dados los valores de los enunciados atómicos.

- Para explicar las conectivas utilizaremos variables "metalingüísticas" (A, B, C…), que pueden representar a cualquier enunciado (atómico o molecular).

EL CONJUNTOR = $\wedge$

Se utiliza para expresar que dos proposiciones son verdaderas a la vez.

Ejemplo: *Patricio habla y Bob duerme*.

p = Patricio habla.   q = Bob duerme.

Simbolización: $\mathbf{p \wedge q}$

Expresiones equivalentes a $\wedge$

Bob habla Y Patricio duerme.

Bob habla, PERO Patricio duerme.

Bob habla AUNQUE Patricio duerme.

Bob habla, SIN EMBARGO, Patricio duerme.

Bob habla, Patricio duerme.

A PESAR DE QUE Bob habla, Patricio duerme.

Semántica de la conectiva Y

El enunciado «*Patricio habla y Bob duerme*» puede ser verdadero o falso. Estas son las posibilidades lógicas:

1. Patricio está hablado y Bob está durmiendo.
2. Patricio está hablando y Bob está despierto.
3. Patricio está callado y Bob está durmiendo.
4. Patricio está callado y Bob está despierto.

¿En qué situación diríamos que el enunciado es verdadero?

<u>Respuesta:</u> Para que el enunciado sea cierto, deben ser ciertas cada una de las dos partes que lo componen. En eso consiste una conjunción. Y basta con que una de ellas no lo haga, para que la frase en su conjunto sea falsa.

Tabla de verdad del conjuntor (o «producto lógico»)

- Dados dos enunciados cualesquiera, a los que llamaremos A y B, la conjunción de ambos es verdadera cuando ambos son verdaderos. En el resto de los casos, es falsa la conjunción.

A	$\wedge$	B
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

EL DISYUNTOR = $\vee$

Se utiliza en las DISYUNCIONES INCLUSIVAS.

Ejemplo: *Cenaré queso o jamón* (o los dos).

p = cenaré queso. q = cenaré jamón.

Simbolización: $\mathbf{p} \vee \mathbf{q}$

Expresiones equivalentes

Bob habla, o Patricio duerme.

O Bob habla, o Patricio duerme.

O bien Bob habla, o bien Patricio duerme.

La disyunción lógica tiene un sentido inclusivo, de modo que no se excluye la posibilidad de que las dos proposiciones sean verdaderas al mismo tiempo.

Semántica de la conectiva O

El enunciado «*Patricio habla o Bob duerme*» puede ser verdadero o falso. Estas son las posibilidades lógicas:

1. Patricio está hablado y Bob está durmiendo.
2. Patricio está hablando y Bob está despierto.
3. Patricio está callado y Bob está durmiendo.
4. Patricio está callado y Bob está despierto.

¿En qué situación diríamos que el enunciado es verdadero?

<u>Respuesta:</u> En la disyunción, basta con que uno de las partes de la frase sea cierta para que todo el enunciado lo sea. Es decir, que será falsa únicamente ninguno de los enunciados que componen la frase son ciertos.

Tabla de verdad del disyuntor (o “suma lógica”)

- Dados dos enunciados cualesquiera A y B, la disyunción de ambos es verdadera cuando al menos uno de los dos es verdadero. En otro caso, es falsa.

A	$\vee$	B
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

EL IMPLICADOR = $\rightarrow$

Se utiliza en las relaciones condicionales entre un antecedente (sucede antes) y un consecuente (sucede después).

Este signo expresa que el antecedente es **condición suficiente**, **pero no necesaria** (puede haber otras), para que se dé el consecuente.

Ejemplo: Si fumas, perjudicas tu salud.

p = se fuma. q = la salud empeora.

Simbolización: $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{q}$

Expresiones equivalentes a SI…(ENTONCES)

SI Bob habla, (ENTONCES) Patricio duerme.

CUANDO Bob habla, Patricio duerme.

Que Bob hable ES SUFICIENTE PARA que Patricio duerma.

Que Bob hable IMPLICA QUE Patricio duerma.

SIEMPRE QUE Bob habla, Patricio duerme.

Bob duerme, SI Patricio habla.

Bob duerme EN CASO DE QUE Patricio hable.

Bob duerme SUPUESTO QUE Patricio hable.

Semántica de la conectiva «SI»

El enunciado «*si Patricio habla, entonces Bob duerme*» puede ser verdadero o falso. Estas son las posibilidades lógicas:

1. Patricio está hablado y Bob está durmiendo.
2. Patricio está hablando y Bob está despierto.
3. Patricio está callado y Bob está durmiendo.
4. Patricio está callado y Bob está despierto.

¿En qué situación diríamos que el enunciado es verdadero?

Respuesta: La frase dice qué ocurrirá si se cumple el antecedente. Pero no dice nada acerca de lo que pasará *cuando el antecedente no se cumple*. El condicional sólo resulta ser falso *cuando el antecedente es verdadero y el consecuente falso*.

Tablas de verdad del condicional (o “inferencia lógica”)

Sean A y B fórmulas cualesquiera, $(A \rightarrow B)$ es…

- **falso** cuando A es verdadero **y** B es falso, y verdadero en los demás casos;
- o también, **verdadero** cuando A es falso **o** B es verdadero, y falto en el caso restante.

A	$\rightarrow$	B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

<u>**EL NEGADOR = ¬**</u>

La negación de una proposición no es una “conectiva”, pues no “conecta” nada, pero forma parte de la sintaxis lógica.

<u>Ejemplo:</u> No me llamo Javier.

p = me llamo Javier.

Simbolización: **¬ p**

Expresiones equivalentes a NO

Patricio NO habla.

NO ES EL CASO QUE Patricio hable.

NO OCURRE QUE Patricio hable.

NO ES CIERTO QUE Patricio habla.

Semántica de la conectiva «NO»

El enunciado «*Patricio no habla*» puede ser verdadero o falso. Estas son las posibilidades lógicas:

1. Patricio está hablado.
2. Patricio está callado.

¿En qué situación diríamos que el enunciado es verdadero?

<u>Respuesta:</u> El negador simplemente cambia el valor de verdad de aquello que niega. Así, será verdadero cuando lo contrario sea falso (caso 2), y será falso cuando lo contrario sea verdadero (caso 1).

Tabla de verdad del negador

- Sea A una fórmula cualquiera, ¬ A es verdadero cuando A es falso, y falso cuando A es verdadero:

A	¬ A
1	0
0	1

- Para que quede siempre claro qué está conectado con qué, utilizaremos paréntesis y corchetes, como en matemáticas: (,), [,].

- Ejemplo: No es lo mismo “$\neg p \rightarrow q$” que “$\neg (p \rightarrow q)$”. El primer caso tenemos una implicación cuyo antecedente está negado; en el segundo, tenemos la negación de una implicación.

Otras conectivas lógicas

Otras conectivas que pueden usarse en lógica, aunque nosotros no lo hagamos:

Bicondicional o equivalencia: $\leftrightarrow$

Es una implicación que funciona en los dos sentidos.

Barra de Sheffer o incompatibilidad: $|$

Equivale a la negación de la conjunción.

Disyunción exclusiva: $\veebar$

Sería una disyunción que no admite que se den A y B a la vez.

A	$\leftrightarrow$	B
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	1	0

A	$\vert$	B
1	0	1
1	1	0
0	1	1
0	1	0

A	$\veebar$	B
1	0	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

Tablas de verdad con 2 constantes

- En los enunciados moleculares, las conectivas tienen una jerarquía que culmina en una única conectiva dominante.
- La tabla de verdad de un enunciado molecular es la tabla de verdad de su conectiva dominante.
- Para hacer la tabla de verdad de esta conectiva, antes hay que haber resuelto el resto de conectivas del enunciado, empezando por los paréntesis inferiores y ascendiendo poco a poco hasta la conectiva dominante.
- Ejemplo de jerarquía de conectivas:

$$\begin{array}{cccccccccccccc}
[(p & \rightarrow & \neg & q) & \wedge & (r & \rightarrow & q)] & \wedge & p\} & \rightarrow & \neg & r \\
 & 2^{a} & 1^{a} & & 3^{a} & & 2^{a} & & 4^{a} & & 5^{a} & 1^{a} &
\end{array}$$

$\neg$	p	$\wedge$	q
0	1	0	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0

La tabla de verdad viene dada por la conectiva dominante $\wedge$ que une las fórmulas $\neg p$, q.

El negador es la dominante de $\neg p$. Por tanto, primero resolvemos el negador para obtener la tabla de $\neg p$.

Después combinamos los valores de verdad obtenidos en esta tabla con los de la fórmula q

$\neg$	(p	$\wedge$	q)
0	1	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	0	0

En este caso la dominante es $\neg$ así que será la última columna en resolver.

Primero resolvemos la fórmula (p $\wedge$ q).

Después aplicamos el negador sobre los valores de verdad de dicha fórmula

Tablas de verdad con 2 constantes

Queremos hallar la tabla de:

$$(p \wedge q) \vee (\neg p \rightarrow q)$$

Tenemos que obtener todas las posibles combinaciones de valores de verdad. Tanto p como q pueden tener 2 valores, de modo que en total tenemos 4 combinaciones totales (como en los ejemplos de Patricio y Bob).

Para actuar sistemáticamente, tomamos la última constante que aparezca y escribimos debajo 1 y 0 alternativamente, hasta completar cuatro filas. Hacemos lo mismo todas las veces que aparezca esa constante.

A continuación tomamos la siguiente constante y escribimos bajo ella, todas las veces que aparezca, grupos de dos 1 y de dos 0, hasta completar 4 filas.

(	p	$\wedge$	q	)	$\vee$	(	$\neg$	p	$\rightarrow$	q	)
	1		1					1		1	
	1		0					1		0	
	0		1					0		1	
	0		0					0		0	

Ahora podemos ir resolviendo la fórmula “de dentro hacia fuera”.
Primero resolvemos las fórmulas atómicas con negador.

(	p	$\wedge$	q	)	$\vee$	(	$\neg$	p	$\rightarrow$	q	)
	1		1				0	1		1	
	1		0				0	1		0	
	0		1				1	0		1	
	0		0				1	0		0	

Después resolvemos las filas de las conectivas no dominantes más internas, en este caso $\wedge$ y $\rightarrow$

(	p	$\wedge$	q	)	$\vee$	(	$\neg$	p	$\rightarrow$	q	)
	1	1	1				0	1	1	1	
	1	0	0				0	1	1	0	
	0	0	1				1	0	1	1	
	0	0	0				1	0	0	0	

Después resolvemos las filas de las conectivas no dominantes más internas, en este caso $\wedge$ y $\rightarrow$

(	p	∧	q	)	∨	(	¬	p	→	q	)
	1	1	1				0	1	1	1	
	1	0	0				0	1	1	0	
	0	0	1				1	0	1	1	
	0	0	0				1	0	0	0	

Por último combinamos los valores de las tablas de las dos fórmulas unidas por el disyuntor.

$$(p \land q) \lor (\neg p \to q)$$

(p	∧	q)	∨	(¬	p	→	q)
1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0

Por último combinamos los valores de las tablas de las dos fórmulas unidas por el disyuntor.

La columna resultante es la tabla de verdad de nuestra fórmula.

Tablas de verdad con 3 constantes

- Queremos cubrir todas las posibles combinaciones de valores de verdad. Si tenemos 3 constantes, cada una con 2 posibles valores de verdad, totaliza 2 x 2 x 2 = 8 combinaciones.
- Esto nos dará un total de 8 filas en la tabla.
- Para cubrir sistemáticamente toda posibilidad, en la columna de la primera constante escribiremos ahora grupos de 1 y 0 de cuatro en cuatro.

(	p	$\wedge$	q	)	$\rightarrow$	$\neg$	(	r	$\vee$	$\neg$	q	)
	1		1					1		0	1	
	1		1					0		0	1	
	1		0					1		1	0	
	1		0					0		1	0	
	0		1					1		0	1	
	0		1					0		0	1	
	0		0					1		1	0	
	0		0					0		1	0	

Ahora vamos resolviendo cada subfórmula, de dentro hacia fuera

(	p	$\wedge$	q	)	$\rightarrow$	$\neg$	(	r	$\vee$	$\neg$	q	)
	1	1	1					1	1	0	1	
	1	0	1					0	0	0	1	
	1	0	0					1	1	1	0	
	1	0	0					0	1	1	0	
	0	0	1					1	1	0	1	
	0	0	1					0	0	0	1	
	0	0	0					1	1	1	0	
	0	0	0					0	1	1	0	

Ahora resolvemos las subfórmulas más interiores.

(	p	∧	q	)	→	¬	(	r	∨	¬	q	)
	1	1	1			0		1	1	0	1	
	1	0	1			1		0	0	0	1	
	1	0	0			0		1	1	1	0	
	1	0	0			0		0	1	1	0	
	0	0	1			0		1	1	0	1	
	0	0	1			1		0	0	0	1	
	0	0	0			0		1	1	1	0	
	0	0	0			0		0	1	1	0	

Antes de resolver la implicación, hay que sacar la tabla de verdad de la negación del consecuente.

(	p	$\wedge$	q	)	$\rightarrow$	$\neg$	(	r	$\vee$	$\neg$	q	)
	1	1	1		0	0		1	1	0	1	
	1	0	1		1	1		0	0	0	1	
	1	0	0		1	0		1	1	1	0	
	1	0	0		1	0		0	1	1	0	
	0	0	1		1	0		1	1	0	1	
	0	0	1		1	1		0	0	0	1	
	0	0	0		1	0		1	1	1	0	
	0	0	0		1	0		0	1	1	0	

Ahora sí podemos hallar la tabla de verdad de la implicación, que es el signo principal de la fórmula.

Tablas de verdad con *n* constantes

- En general, para ***n*** constantes, necesitaremos 2^{n} filas para cubrir todas las combinaciones.
- Así, hallar la tabla de verdad de la fórmula:

$$(p \vee [q \rightarrow \neg(r \wedge s)]) \wedge (t \rightarrow \neg u)$$

requeriría $2^6 = 64$ filas !

Interpretación de una fórmula

Cada fila horizontal constituye una ***interpretación*** de la fórmula, esto es, asigna un valor de verdad a la fórmula dependiendo de los valores de verdad de las constantes.

Según cómo sean las posibles interpretaciones de una fórmula, podemos diferenciar tres tipos de enunciados:

- **TAUTOLOGÍAS:** todas las interpretaciones son verdaderas.
- **CONTRADICCIONES:** todas las interpretaciones son falsas.
- **Enunciados meramente SATISFACTIBLES:** algunas interpretaciones son falsas y otras verdaderas.

Dicho de otro modo…

Tautología:

Es una fórmula que siempre es válida en virtud de su forma, es decir, que es "formalmente válida".

p	$\rightarrow$	p
1	1	1
0	1	0

p	$\rightarrow$	(q	$\rightarrow$	p)
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0

Contradicción:

Es una fórmula que siempre es falsa en virtud de su forma, es decir, que es "formalmente falsa".

p	$\wedge$	$\neg$	p
1	0	0	1
0	0	1	0

q	$\wedge$	$\neg$	$(p$	$\vee$	$q)$
1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0

Tautología y contradicción:

La negación de una contradicción siempre será una tautología, y la negación de una tautología será una contradicción:

$\neg$	[p	$\rightarrow$	($\neg$	p	$\rightarrow$	q)]
0	1	1	0	1	1	1
0	1	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	0	1	1	0	0	0

Fórmulas meramente **satisfactibles**

Son fórmulas que a veces resultan verdaderas y a veces no, dependiendo de las condiciones que se den. También se llaman “**contingencias**”, “**indeterminaciones**” o “**fórmulas indefinidas**”.

p	$\wedge$	p
1	1	1
0	0	0

$(p$	$\vee$	$q)$	$\rightarrow$	$q)$
1	1	1	1	1
1	1	0	0	0
0	1	1	0	1
0	0	0	1	0

[Nótese que la negación de una contingencia será siempre una contingencia.]

EJERCICIOS DE FORMALIZACIÓN

-En el caso de que venga Cipriano, vendrán Fulgencia y Eustaquia, iremos a contemplar el bonito cielo estrellado que nos ha regalado la noche.
- Si hay guerra, no crecerá el paro ni la inflación.
- O Juan debe declarar y ser sincero, o no debe declarar.
- Federico se irá a las Fiji o a las Seychelles si le toca la lotería y no se arruina en la ruleta.
- El Hombre Lobo es un invento, y si ocurre lo mismo con Papá Noel, entonces los niños son engañados.
-Cuando la bolsa baja mucho, entonces es conveniente comprar; y cuando la bolsa sube mucho, también es conveniente comprar.
- Aumentará la inflación y disminuirá el paro, si se fabrica moneda o si hay guerra.
- Si el aumento de la inflación implica la disminución de la balanza de pagos, entonces, si no disminuye la balanza de pagos no aumenta la inflación.

Evaluación de la validez de los argumentos usando las tablas de verdad

- En un argumento válido, la conclusión *es consecuencia lógica de* las premisas, es decir, que de premisas verdaderas no puede extraerse una conclusión falsa.
- Hay un signo lógico que **equivale a** (aunque no sea lo mismo) la consecuencia lógica: la implicación. Así:

  En una implicación, si el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, la implicación es falsa.

  En un argumento, si las premisas son verdaderas y la conclusión es falsa, el argumento es NO VÁLIDO.
- Por tanto, para comprobar la validez de un argumento, podemos "transformarlo" en una implicación, y si nos sale una tautología, entonces el argumento será válido. En cambio, con que una sola vez salga 0, el argumento ya no será válido.

Para hacer la transformación solo hay que:

• Unir las premisas con conjunciones (el conjunto de todas las premisas será el antecedente de una implicación).

• Convertir la conclusión en el consecuente de la implicación.

$\{$Premisa1 $\wedge$ Premisa2 $\wedge$ …$\}$ $\rightarrow$ Conclusión

¡Hay que tener especial cuidado en poner los paréntesis que sean necesarios!

{`[(Premisa1 $\wedge$ Premisa2) $\wedge$ Premisa3] $\wedge$ Premisa4 }

Sean: Premisa = $p \wedge q$ Conclusión = $p \vee q$

¿Es la conclusión consecuencia lógica de la premisa?

O dicho de otro modo:

Dada esta premisa, ¿podemos sacar esta conclusión?

(p	$\wedge$	q)	$\rightarrow$	(p	$\vee$	q)
1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0

Efectivamente, no hay ningún caso en el que el condicional que hemos construido sea falso, por lo que podemos decir que el argumento es válido.

EJEMPLO 1:

Comprobar si el siguente razonamiento es válido:

Una condición necesaria para que la humanidad sea libre es que los seres humanos no estén ligados a una esencia. Si Dios creó a los humanos, entonces estamos ligados a una esencia. Claramente, los humanos somos libres. Por tanto, Dios no creó a los humanos.

1º) ***Identificar y traducir*:**

p = humanos son libres   q = humanos ligados a esencia

r = Dios crea humanos

Premisas: $(p \rightarrow \neg q)$; $(r \rightarrow q)$; p

Conclusión: $\neg r$

2º) ***Construir condicional*:**

$$\{ [(p \rightarrow \neg q) \wedge (r \rightarrow q)] \wedge p \} \rightarrow \neg r$$

3º) ***Evaluar condicional*:**

{[(p	→	¬	q)	∧	(r	→	q)]	∧	p}	→	¬	r
1	0	0	1	0	1	1	1	**0**	1	**1**	**0**	1
1	1	1	0	0	1	0	0	**0**	1	**1**	**0**	1
0	1	0	1	1	1	1	1	**0**	0	**1**	**0**	1
0	1	1	0	0	1	0	0	**0**	0	**1**	**0**	1
1	0	0	1	0	0	1	1	**0**	1	**1**	**1**	0
1	1	1	0	1	0	1	0	**1**	1	**1**	**1**	0
0	1	0	1	1	0	1	1	**0**	0	**1**	**1**	0
0	1	1	0	1	0	1	0	**0**	0	**1**	**1**	0

Respuesta al ejercicio:

La implicación es una tautología. Por tanto, el razonamiento es válido.

Ejercicios:

Comprobar la validez de los siguientes argumentos:

- Si Picasso nació en Londres, entonces no es cierto que naciera en Francia. Picasso no nació en Francia. Por tanto, Picasso nació en Londres.
- Brasilia no es la capital de Chile o Brasilia no es la capital de Uruguay. Luego no es cierto que Brasilia sea la capital de Chile o de Uruguay.
- Si la Tierra es un planeta, entonces no posee luz propia. La Tierra es un planeta. Por lo tanto, no posee luz propia.
- Si hace calor, entonces Juana irá a nadar. Si Juana va a nadar, entonces irá a la peluquería después de comer. De aquí concluyo que si hace calor, Juana irá a la peluquería después de comer.

Cálculo deductivo en lógica proposicional

Qué es una deducción

En una deducción progresamos a partir de la información conocida (premisas), hasta alcanzar cierta información desconocida que nos interesa obtener (conclusiones).

Lo que caracteriza que una deducción esté bien hecha es que cada paso que demos sea seguro: cada nueva será una consecuencia lógica de las anteriores.

El símbolo de la deducción es “ $\vdash$ ” :

premisas $\vdash$ conclusión.

Reglas

Es posible captar por medio de reglas los pasos más típicos de las deducciones.

Toda regla nos conducirá desde cierto enunciado a otro que es consecuencia lógica del anterior.

Las reglas serán nuestras herramientas para trabajar con las premisas y sacar de ellas conclusiones.

Lo más complicado a la hora de usar las reglas es darse cuenta de que una variable metalingüística (A, B, C…) puede representar a cualquier enunciado.

Así, por ejemplo, $A \rightarrow B$ puede ser:
$\{[(p \rightarrow \neg q) \wedge (r \rightarrow q)] \wedge p\} \rightarrow \neg r$.

Pero también podría ser $p \rightarrow \neg q$, o cualquier otra implicación que se te ocurra.

REGLAS

Reducción al absurdo ¬

$$\begin{array}{l} A \\ B \land \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

Doble negación ¬ *

$$\begin{array}{c} A \\ \hline\hline \neg\neg A \end{array}$$

Introducción ∧

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline A \land B \end{array}$$

Simplificación ∧

$$\begin{array}{c} A \land B \\ \hline A \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \land B \\ \hline B \end{array}$$

Ex contradictione quodlibet ∧

$$\begin{array}{c} A \land \neg A \\ \hline B \end{array}$$

Introducción ∨

$$\begin{array}{c} A \\ \hline A \lor B \end{array} \qquad \begin{array}{c} B \\ \hline A \lor B \end{array}$$

Prueba por casos ∨

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ A \\ C \\ B \\ C \\ \hline C \end{array}$$

Regla del dilema ∨

$$\begin{array}{l} A \lor B \\ A \to C \\ B \to C \\ \hline C \end{array}$$

Silogismo disyuntivo ∨

$$\begin{array}{c} A \lor B \\ \neg A \\ \hline B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \lor B \\ \neg B \\ \hline A \end{array}$$

Silogismo hipotético →

$$\begin{array}{l} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$$

Teorema de la deducción →

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ \hline A \to B \end{array}$$

Modus Ponendo Ponens →

$$\begin{array}{l} A \to B \\ A \\ \hline B \end{array}$$

Modus Tollendo Tollens →

$$\begin{array}{l} A \to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

Contraposición →

$$\begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg B \to \neg A \end{array}$$

Carga de la premisa →

$$\begin{array}{c} A \\ \hline B \to A \end{array}$$

Definición de → *

$$\begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg(A \land \neg B) \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg A \lor B \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg(A \to B) \\ \hline\hline A \land \neg B \end{array}$$

Definición de ∧ *

$$\begin{array}{c} A \land B \\ \hline\hline \neg(A \to \neg B) \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \land B \\ \hline\hline \neg(\neg A \lor \neg B) \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \neg(A \land B) \\ \hline\hline A \to \neg B \end{array}$$

Definición de ∨ *

$$\begin{array}{c} A \lor B \\ \hline\hline \neg A \to B \end{array} \qquad \begin{array}{c} A \lor B \\ \hline\hline \neg(\neg A \land \neg B) \end{array}$$

Leyes de Morgan ∨ ∧ *

$$\begin{array}{c} \neg(A \lor B) \\ \hline\hline \neg A \land \neg B \end{array} \qquad \begin{array}{c} \neg(A \land B) \\ \hline\hline \neg A \lor \neg B \end{array}$$

*La doble raya significa que la regla funciona en las dos direcciones.

Las reglas con supuestos

Algunas de estas reglas incluyen *supuestos*, esto es, premisas que deben ser "supuestas" como hipótesis de trabajo.

Las suposiciones no son premisas del razonamiento. O sea, que las suposiciones las debes hacer tú como bien te parezca.

Plantear suposiciones requiere un poco de experiencia, así que estas reglas son difíciles de entender y de usar. Por eso no vamos a usarlas (a no ser que quieras subir nota). Al final de esta presentación hay un par de ejemplos sobre el uso de supuestos.

Reducción al absurdo $\neg$

A

$B \wedge \neg B$

$\neg A$

Teorema de la deducción $\rightarrow$

A

B

$A \rightarrow B$

Prueba por casos $\vee$

$A \vee B$

A

C

B

C

C

Procedimiento de deducción

Lo explicaremos paso a paso mientras resolvemos un caso práctico:

“Si llueve, me quedo en casa. Por otro lado, si estoy cansado, me quedaré en casa también. Ahora bien, lloverá o estaré cansado. Por tanto, o me quedo en casa o nuestro destino está escrito en las estrellas.”

1º Se establecen cuáles son los enunciados atómicos que hay en la argumentación. En este caso son (por orden de aparición):

q = llueve; **r** = me quedo en casa; **p** = estoy cansado; **s** = nuestro destino está escrito en las estrellas.

2º Se construyen y se distinguen las premisas y la conclusión del argumento. Puede hacerse de dos maneras:

Así:

$$\begin{array}{c} q \rightarrow r \\ p \rightarrow r \\ q \vee p \\ \hline r \vee s \end{array}$$

O bien:

$$q \rightarrow r;\ \ p \rightarrow r;\ \ q \vee p \ \vdash \ r \vee s$$

3º Se escriben las premisas en líneas numeradas.

(A la derecha pondremos siempre la “justificación” de la línea.)

1.	$q \rightarrow r$	Premisa
2.	$p \rightarrow r$	Premisa
3.	$q \vee p$	Premisa

4º Se examina cuál es la conclusión a la que queremos llegar y se decide la estrategia a seguir.

1. $q \rightarrow r$	Premisa
2. $p \rightarrow r$	Premisa
3. $q \vee p$	Premisa

¿$r \vee s$?

ESTRATEGIA: Tenemos que obtener una disyunción. Los enunciados átómicos que nos interesan aparecen en las premisas como conclusión de dos implicaciones. Luego habrá que:

a) Sacar "r" o "s" de las premisas.

b) Crear una disyunción.

5º Es hora de buscar las reglas que nos van venir bien en nuestra deducción. Estas dos parecen perfectas para nuestros fines:

Regla del dilema $\vee$

$$\frac{\begin{array}{l} A \vee B \\ A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \end{array}}{C}$$

Introducción $\vee$

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B}$$

1. $q \rightarrow r$ Premisa
2. $p \rightarrow r$ Premisa
3. $q \vee p$ Premisa

¿$r \vee s$?

6º Ha llegado el momento de usar las reglas:

Regla del dilema $\vee$

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ A \to C \\ B \to C \\ \hline C \end{array}$$

1.	$q \to r$	Premisa
2.	$p \to r$	Premisa
3.	$q \vee p$	Premisa
4.	r	R. Dilema 3,1,2

• Según esa regla, si tenemos esas tres premisas, podemos extraer esa conclusión. (El orden en que aparezcan las premisas no importa.)

• Es muy importante que no olvides justificar la línea indicando qué regla has usado y dónde estaban las premisas que requiere la regla.

7º La línea final es la conclusión a la que queríamos llegar. Así es como termina la deducción.

Introducción ∨

$$\frac{A}{A \vee B} \qquad \frac{B}{A \vee B}$$

1. $q \rightarrow r$ Premisa
2. $p \rightarrow r$ Premisa
3. $q \vee p$ Premisa
4. r R. Dilema 3,1,2
5. $r \vee s$ Intr. $\vee$ 4

10
argumentos para examinar

1. Que el mundo sea eterno implica que el alma es inmortal o no hay alma. El alma es mortal si hay alma pero no es el cerebro. Ahora bien, estoy seguro de que el mundo es eterno y que no es verdad que el alma sea mortal. Por otro lado, doy por hecho que el alma existe. Por tanto, el alma deber ser el cerebro o Aristóteles nos engañó a todos.
2. Si Luis no copió en el examen, no infringió sus deberes de estudiante y no se le suspenderá. Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece, será suspendido. Luis no copió. Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá.
3. Si no es verdad que Rogelio haya firmado el contrato y que el contrato es legal y que no lo ha incumplido, Eustaquio perderá el juicio. Si Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio, no ha firmado el contrato. El hecho es que Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio. En consecuencia, Eustaquio perderá el juicio.
4. Si Federico es un inútil, no estará en la comisión. Si no está en la comisión entonces es un desinteresado. Si es un desinteresado, la gente no le votará. Sin embargo, parece seguro que la gente votará a Federico. En consecuencia, Federico no es ningún inútil.
5. O la lógica es difícil o no le gusta mucho a los alumnos. Si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. Es un hecho que los alumnos adoran la lógica. En consecuencia, las matemáticas no son fáciles.

6. Si se elevan los precios o los salarios, habrá inflación. Si hay inflación entonces el Congreso debe regularla o el pueblo sufrirá. Si el pueblo sufre, los congresistas se harán impopulares. El Congreso no regulará la inflación y los congresistas no se volverán impopulares. En consecuencia, los salarios no subirán o nos iremos a la bancarrota.
7. Si aumentan los precios, aumentan los salarios. Los precios aumentan si el gobierno no los controla. Si el gobierno los controla, no hay inflación. Pero hay inflación. En consecuencia, hay un aumento en los salarios.
8. Si el mercado es totalmente libre, un solo proveedor no puede alterar los precios. Si un solo proveedor no puede alterar los precios es que hay un gran número de proveedores. En consecuencia, el mercado no es totalmente libre o hay un gran número de proveedores.
9. Si los averroístas tienen razón, entonces, si el mundo es eterno, no ha sido creado. Si Tomás de Aquino está en lo cierto entonces no es verdad que el mundo haya sido creado y que no sea eterno. Pero el mundo no puede ser eterno y no ser eterno a la vez. Además el mundo ha sido creado y los averroístas tienen razón. Por tanto, Tomás de Aquino no la tiene.
10. El que es menor de edad o está inhabilitado, no se puede presentar a las elecciones. Pero la ley dice que todo el mundo puede presentarse a las elecciones. Por tanto, nadie es menor de edad ni nadie está inhabilitado.

ANEXO:

EJEMPLO DEL USO DE SUSPUESTOS

Y

SOLUCIÓN A LOS PROBLEMAS DE CÁLCULO DE DOS MANERAS: CON Y SIN SUPUESTOS.

Ejemplo de uso de la REDUCCIÓN AL ABSURDO

Demuéstrese que: **$(\neg p \rightarrow q); \neg q \vdash p$**

1.	$\neg p \rightarrow q$	Premisa
2.	$\neg q$	Premisa
3.	$\neg p$	Supuesto
4.	q	MP 1, 3
5.	$q \wedge \neg q$	I$\wedge$ 2, 4 (Hasta aquí llega la suposición.)
6.	$\neg\neg p$	RA 3-5
7.	**p**	**DN 6**

Ejemplo de uso del
TEOREMA DE LA DEDUCCIÓN

Demuéstrese que: $\neg q \rightarrow (p \wedge \neg r) \vdash \neg q \rightarrow \neg r$

1. $\neg q \rightarrow (p \wedge \neg r)$	Premisa
2. $\neg q$	Hipótesis
3. $p \wedge \neg r$	MP 1, 2
4. $\neg r$	Simpl. 3
5. $\neg q \rightarrow \neg r$	TD 2-4

1. Que el mundo sea eterno (p) implica que el alma es inmortal (q) o no hay alma ($\neg$ r). El alma es mortal ($\neg$ q) si hay alma (r) pero no es el cerebro ($\neg$ s). Ahora bien, estoy seguro de que el mundo es eterno (p) y que no es verdad que el alma sea mortal ($\neg\neg$q) . Por otro lado, doy por hecho que el alma existe (r). Por tanto, el alma es el cerebro (s) o Aristóteles nos engañó a todos (t).

FORMALIZACIÓN: El mundo es eterno = p; el alma es inmortal = q; hay alma = r; el alma es el cerebro = s; Aristóteles nos engañó a todos = t. $p \rightarrow (q \vee \neg r); (r \wedge \neg s) \rightarrow \neg q; p \wedge \neg\neg q; r \vdash s \vee t$

1.	$p \rightarrow (q \vee \neg r)$	Premisa
2.	$(r \wedge \neg s) \rightarrow \neg q$	Premisa
3.	$p \wedge \neg\neg q$	Premisa
4.	r	Premisa
5.	p	Simpl. 3
6.	$\neg\neg q$	Simpl. 3
7.	$q \vee \neg r$	MP 1, 5
8.	$\neg(r \wedge \neg s)$	MT 2, 6
9.	$\neg r \vee \neg\neg s$	DM 8
10.	$\neg\neg s$	SD 9, 4
11.	s	DN 10
12.	s t	I$\vee$ 11

1.	$p \rightarrow (q \vee \neg r)$	Premisa
2.	$(r \wedge \neg s) \rightarrow \neg q$	Premisa
3.	$p \wedge \neg\neg q$	Premisa
4.	r	Premisa
5.	$\neg(s \vee t)$	Hipótesis
6.	$\neg s \wedge \neg t$	DM 5
7.	$\neg s$	Simpl. 6
8.	$r \wedge \neg s$	I$\wedge$ 4, 7
9.	$\neg q$	MP 2, 8
10.	$\neg\neg q$	Simpl. 3
11.	$\neg q \wedge \neg\neg q$	I$\wedge$ 9, 10
12.	$\neg\neg(s \vee t)$	RA 7-11
13.	$s \vee t$	DN 12

2. Si Luis no copió en el examen ($\neg p$), no infringió sus deberes de estudiante ($\neg q$) y no se le suspenderá($\neg r$) . Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece (s), será suspendido (r). Luis no copió($\neg p$). Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá ($\neg s$).

FORMALIZACIÓN: Luis copió = p; Luis infringió sus deberes = q; Luis será suspendido = r; la opinión del profesor prevalece = s.

$\neg p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r);\ s \rightarrow r;\ \neg p \vdash \neg s$

1. $\neg p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r)$	Premisa
2. $s \rightarrow r$	Premisa
3. $\neg p$	Premisa
4. $\neg q \wedge \neg r$	MP 1, 3
5. $\neg r$	Simpl. 4
6. $\neg s$	MT 2, 5

1.	$\neg p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r)$	Premisa
2.	$s \rightarrow r$	Premisa
3.	$\neg p$	Premisa
4.	s	Hipótesis
5.	r	MP 2, 4
6.	$\neg q \wedge \neg r$	MP 1, 3
7.	$\neg r$	Simpl. 6
8.	$r \wedge \neg r$	I$\wedge$ 5, 7
9.	$\neg s$	RA 4-8

3. Si no es verdad que Rogelio haya firmado el contrato (p) y que el contrato sea legal (q) y que no lo haya incumplido ($\neg r$) , Eustaquio perderá el juicio (s). Si Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio ($\neg t$), no ha firmado el contrato ($\neg p$) . El hecho es que Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio ($\neg t$). En consecuencia, Eustaquio perderá el juicio ($\neg s$).

FORMALIZACIÓN: Rogelio ha firmado el contrato = p; el contrato es legal = q; Rogelio ha incumplido el contrato = r; Eustaquio ganará el juicio = s; Rogelio ha aceptado la oferta de Eustaquio = t.

$$[(p \wedge q) \wedge \neg r] \rightarrow s;\ \neg t \rightarrow \neg p;\ \neg t\ \vdash s$$

1. $\neg[(p \wedge q) \wedge \neg r] \rightarrow s$	Premisa
2. $\neg t \rightarrow \neg p$	Premisa
3. $\neg t$	Premisa
4. $\neg p$	MP 2, 3
5. $\neg p \vee \neg q$	I$\vee$ 4
6. $\neg(p \wedge q)$	DM 5
7. $\neg(p \wedge q) \vee \neg\neg r$	I$\vee$ 6
8. $\neg[(p \wedge q) \wedge \neg r]$	DM 7
9. s	MP 1, 8

1.	$\neg[(p \wedge q) \wedge \neg r] \rightarrow s$	Premisa
2.	$\neg t \rightarrow \neg p$	Premisa
3.	$\neg t$	Premisa
4.	$\neg p$	MP 2, 3
5.	$\neg s$	Hipótesis
6.	$\neg\neg[(p \wedge q) \wedge \neg r]$	MT 1,4
7.	$(p \wedge q) \wedge \neg r$	DN 5
8.	$p \wedge q$	Simpl. 7
9.	p	Simpl. 8
10.	$p \wedge \neg p$	I$\wedge$ 9, 4
11.	$\neg\neg s$	RA 5-1
12.	s	DN 11

4. Si Federico es un inútil (p), no estará en la comisión (q). Si no está en la comisión ($\neg q$) entonces es un desinteresado (r). Si es un desinteresado (r), la gente no le votará ($\neg s$). Sin embargo, parece seguro que la gente votará a Federico (s). En consecuencia, Federico no es ningún inútil ($\neg p$).

FORMALIZACIÓN: F. es un inútil = p; F. estará en la comisión = q; F. es un desinteresado = r; la gente votará a F. = s $p \to q;\ \neg q \to r;\ r \to \neg s;\ s \vdash \neg p$

1.	$p \to \neg q$	Premisa
2.	$\neg q \to r$	Premisa
3.	$r \to \neg s$	Premisa
4.	s	Premisa
5.	$p \to r$	SH 1, 2
6.	$p \to \neg s$	SH 5, 3
7.	$\neg p$	MT 6, 4

1.	$p \to \neg q$	Premisa
2.	$\neg q \to r$	Premisa
3.	$r \to \neg s$	Premisa
4.	s	Premisa
5.	p	Hipótesis
6.	$\neg q$	MP 1, 5
7.	r	MP 2, 6
8.	$\neg s$	MP 3, 7
9.	$s \wedge \neg s$	I$\wedge$ 4, 8
10.	$\neg p$	RA 5-9

5. O la lógica es difícil (p) o no le gusta a los alumnos (¬q). Si las matemáticas son fáciles (r) entonces la lógica no es difícil (¬p). Es un hecho que los alumnos adoran la lógica (q). En consecuencia, si no me equivoco (¬s), las matemáticas no son fáciles (¬r) pero la lógica también es difícil (p).

FORMALIZACIÓN: La lógica es difícil = p; la lógica le gusta a los alumnos = q; las matemáticas son fáciles = r. $p \vee \neg q;\ r \rightarrow \neg p;\ q \vdash \neg s \rightarrow (\neg r \wedge p)$

1.	$p \vee \neg q$	Premisa
2.	$r \rightarrow \neg p$	Premisa
3.	q	Premisa
4.	p	SD 1, 3
5.	$\neg r$	MT 2, 4
6.	$\neg r \wedge p$	I$\wedge$ 5, 4
7.	$\neg s \rightarrow (\neg r \wedge p)$	CP 6

1.	$p \vee \neg q$	Premisa
2.	$r \rightarrow \neg p$	Premisa
3.	q	Premisa
4.	$\neg s$	Hipótesis
5.	p	SD 1, 3
6.	$\neg r$	MT 2, 5
7.	$\neg r \wedge p$	I$\wedge$ 6, 5
8.	$\neg s \rightarrow (\neg r \wedge p)$	TD 4-7

6. Si se elevan los precios (p) o los salarios (q), habrá inflación (r). Si hay inflación (r) entonces el Congreso debe regularla (s) o el pueblo sufrirá (t). Si el pueblo sufre, los congresistas se harán impopulares (u). El Congreso no regulará la inflación (¬s) y los congresistas no se volverán impopulares (¬u). En consecuencia, los salarios no subirán (¬q) o nos iremos a la bancarrota (v).

FORMULACIÓN: Se elevan los precios =p; se elevan los salarios = q; hay inflación = r; el Congreso regula la inflación = s; el pueblo sufrirá = t; los congresistas se harán impopulares = u; nos iremos a la bancarrota = = v. $(p \vee q)\rightarrow r;\ r\rightarrow(s \vee t);\ t\rightarrow u;\ \neg s \wedge \neg u \vdash \neg q$

1.	$(p \vee q)\rightarrow r$	Premisa
2.	$r\rightarrow(s \vee t)$	Premisa
3.	$t\rightarrow u$	Premisa
4.	$\neg s \wedge \neg u$	Premisa
5.	$\neg s$	Simpl. 4
6.	$\neg u$	Simpl. 4
7.	$\neg t$	MT 3, 6
8.	$\neg s \wedge \neg t$	I$\wedge$ 5, 7
9.	$\neg(s \vee t)$	DM 8
10.	$\neg r$	MT 2, 9
11.	$\neg(p \vee q)$	MT 1, 10
12.	$\neg p \wedge \neg q$	DM 11
13.	$\neg q$	Simpl. 12
14.	$\neg q \vee v$	I$\vee$ 13

1.	$(p \vee q)\rightarrow r$	Premisa
2.	$r\rightarrow(s \vee t)$	Premisa
3.	$t\rightarrow u$	Premisa
4.	$\neg s \wedge \neg u$	Premisa
5.	q	Hipótesis
6.	$p \vee q$	I$\vee$ 5
7.	r	MP 1, 6
8.	$s \vee t$	MP 2, 7
9.	$\neg s$	Simpl. 4
10.	$\neg u$	Simpl. 4
11.	t	SD 8, 9
12.	u	MP 3, 11
13.	$u \wedge \neg u$	I$\wedge$ 12, 10
14.	$\neg q$	RA 5-13
15.	$\neg q \vee v$	I$\vee$ 14

7. Si aumentan los precios (p), aumentan los salarios (q). Los precios aumentan (p) si el gobierno no los controla ($\neg r$). Si el gobierno los controla (r), no hay inflación ($\neg p$). Pero hay inflación (p). En consecuencia, hay un aumento en los salarios (q).

FORMALIZACIÓN: Aumentan los precios / hay inflación = p; aumentan los salarios = q; el gobierno controla los precios = r. $p \rightarrow q; \neg r \rightarrow p; r \rightarrow \neg p; p \vdash q$

1.	$p \rightarrow q$	Premisas
2.	$\neg r \rightarrow p$	Premisas
3.	$r \rightarrow \neg p$	Premisas
4.	p	Premisas
5.	q	MP 1, 4

1.	$p \rightarrow q$	Premisas
2.	$\neg r \rightarrow p$	Premisas
3.	$r \rightarrow \neg p$	Premisas
4.	p	Premisas
5.	$\neg q$	Hipótesis
6.	$\neg p$	MT 1, 5
7.	$p \wedge \neg p$	I$\wedge$ 1, 6
8.	$\neg\neg q$	RA 5-7
9.	q	DN 8

8. Si el mercado es totalmente libre (p), un solo proveedor no puede alterar los precios (¬q). Si un solo proveedor no puede alterar los precios (¬q) es que hay un gran número de proveedores (r). En consecuencia, el mercado no es totalmente libre (p) o hay un gran número de proveedores(r).

FORMALIZACIÓN: El mercado es totalmente libre = p; un solo proveedor puede alterar los precios = q; hay un gran número de proveedores = r. $p \rightarrow \neg q; \neg q \rightarrow r \vdash \neg p \vee r$

1.	$p \rightarrow \neg q$	Premisa
2.	$\neg q \rightarrow r$	Premisa
3.	$p \rightarrow r$	SH 1, 2
4.	$\neg p \vee r$	Def.$\rightarrow$ 3

1.	$p \rightarrow \neg q$	Premisa
2.	$\neg q \rightarrow r$	Premisa
3.	$\neg(\neg p \vee r)$	Hipótesis
4.	$\neg\neg p \wedge \neg r$	DM 3
5.	$\neg\neg p$	Simpl. 4
6.	$\neg r$	Simpl. 4
7.	$\neg\neg q$	MT 2, 6
8.	$\neg p$	MT 1, 7
9.	$\neg p \wedge \neg\neg p$	I$\wedge$ 8, 5
10.	$\neg\neg(\neg p \vee r)$	RA 3-9
11.	$\neg p \vee r$	DN 10

9. Si los averroístas tienen razón (p), entonces, si el mundo es eterno, (q) no ha sido creado (¬r). Si Tomás de Aquino está en lo cierto (s) entonces no es verdad que el mundo haya sido creado (r) y que no sea eterno (¬q). Pero el mundo no puede ser eterno (q) y no ser eterno a la vez (¬q). Además, el mundo ha sido creado (r) y los averroístas tienen razón (p). Por tanto, Tomás de Aquino no la tiene (¬s).

FORMALIZACIÓN: Los averroístas tienen razón = p; el mundo es eterno = q; el mundo ha sido creado = r; Tomás de A. tiene razón = s. $p \to (q \to \neg r);\ s \to \neg (r \wedge \neg q);\ \neg (q \wedge \neg q);\ r \wedge p \vdash \neg s$

1.	$p \to (q \to \neg r)$	Premisa
2.	$s \to \neg (r \wedge \neg q)$	Premisa
3.	$\neg (q \wedge \neg q)$	Premisa
4.	$r \wedge p$	Premisa
5.	r	Simpl. 4
6.	p	Simpl. 4
7.	$q \to \neg r$	MP 1, 6
8.	$\neg q$	MT 7, 5
9.	$r \wedge \neg q$	I∧ 5, 8
10.	$\neg s$	MT 2, 9

1.	$p \to (q \to \neg r)$	Premisa
2.	$s \to \neg (r \wedge \neg q)$	Premisa
3.	$\neg (q \wedge \neg q)$	Premisa
4.	$r \wedge p$	Premisa
5.	s	Hipótesis
6.	$\neg (r \wedge \neg q)$	MP 2, 5
7.	r	Simpl. 4
8.	p	Simpl. 4
9.	$q \to \neg r$	MP 1, 8
10.	$\neg q$	MT 9, 7
11.	$r \wedge \neg q$	I∧ 7, 10
12.	$(r \wedge \neg q) \wedge \neg (r \wedge \neg q)$	I∧ 11, 6
13.	$\neg s$	RA 5-12

10. El que es menor de edad (p) o está inhabilitado (q) , no se puede presentar a las elecciones (¬r). Pero la ley dice que todo el mundo puede presentarse a las elecciones (r). Por tanto, nadie es menor de edad (¬p) ni nadie está inhabilitado (¬q).

FORMALIZACIÓN: Se es menor de edad = p; se está inhabilitado = q; se puede presentar a las elecciones = r. $(p \vee q) \rightarrow \neg r;\ r \vdash \neg p \wedge \neg q$

1.$(p \vee q) \rightarrow \neg r$	Premisa
2.r	Premisa
3.$\neg(p \vee q)$	MT 1, 2
4.$\neg p \wedge \neg q$	DM 3

1.	$(p \vee q) \rightarrow \neg r$	Premisa
2.	r	Premisa
3.	$\neg(\neg p \wedge \neg q)$	Hipótesis
4.	$\neg(p \vee q)$	MT 1, 2
5.	$\neg p \wedge \neg q$	DM 4
6.	$(\neg p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg q)$	I$\wedge$ 5, 3
7.	$\neg\neg(\neg p \wedge \neg q)$	RA 3-6
8.	$\neg p \wedge \neg q$	DN 7