TEMA 9. LÓGICA

ÍNDICE

<u>Fuentes utilizadas para realizar esta presentación:</u>

-Web de Fernando Martínez Manrique, profesor de Filosofía de la Universidad de Granada: http://www.ugr.es/~fmmanriq/l1.htm.
-Entradas de la Wikipedia: falacia; lógica de segundo orden; lógica de primer orden; lógica informal; pensamiento lateral; razonamiento circular; tablas de verdad; lógica polivalente.
- http://sapiens.ya.com/giraldosofia/logicainformal.htm
- Libro de texto Filosofía 1ºBachillerato, editorial Oxford Educación.

1. ¿QUÉ ES LA LÓGICA?

- Puede definirse como la teoría que estudia las **condiciones del razonamiento formalmente válido.**
- Su estudio fue iniciado por Aristóteles e impulsado en los siglos XIX y XX por Frege, Russell y Whitehead que hicieron de ella una disciplina independiente: la lógica formal o lógica matemática.
- La lógica, al igual que las matemáticas, es una ciencia formal; es decir, se interesa por la validez (la forma) o la **estructura** de los razonamientos, no por la verdad (o el contenido) de lo que en ellos se afirma.

RAZONAMIENTO =
= ARGUMENTACIÓN = INFERENCIA

- Todos los hombres son mortales.
- Sócrates es un hombre.

PREMISAS

- Por tanto, Sócrates es mortal.

CONCLUSIÓN

Premisa + conclusión = Inferencia

- La conclusión ***se sigue de*** o ***es consecuencia de*** las premisas. Esto sucede porque la conclusión ***está contenida***, de algún modo, en las premisas.

VERDAD Y VALIDEZ

- Las premisas y la conclusión son **enunciados** que pueden ser VERDADEROS o FALSOS.
- Los razonamientos o inferencias no son ni verdaderos ni falsos. Solo pueden ser VÁLIDOS o NO VÁLIDOS (FALACIAS LÓGICAS).
- En un razonamiento sea válido, si las premisas fueran verdaderas, la conclusión también tendría que ser verdad.

¿CREES QUE ESTE RAZONAMIENTO ES VÁLIDO?

- Todos los humanos son ovíparos.
- María es un humana.

PREMISAS

- Por tanto, María es ovípara.

CONCLUSIÓN

¿PARA QUÉ SIRVE LA LÓGICA?

La lógica sirve para investigar cómo se produce el razonamiento, lo cual puede aplicarse a muchas finalidades prácticas como, por ejemplo:

1. Para mejorar nuestra **capacidad analítica**, o sea, para pensar mejor y resolver problemas.

2. Para **evitar** malentendidos, imprecisiones, incoherencias, dobles sentidos, confusiones, etcétera, bien sean involuntarios o bien con la intención de manipularnos o engañarnos.

3. Para crear **inteligencia artificial:**

   - Los circuitos lógicos de la electrónica se basan en la lógica.
   - Los programas informáticos tienen una estructura lógica.

RAMAS DE LA LÓGICA

- La **lógica formal**, que estudia los argumentos de una forma técnica, esto es, construyendo lenguajes artificiales o formales.
- La **lógica informal**, que estudia los argumentos, tal como se presentan en la vida diaria.

En ambos casos, no se trata de averiguar nada sobre la realidad, sino de **investigar si nuestros argumentos son correctos o incorrectos**, independientemente de que nuestras ideas sean verdaderas o falsas.

2. LÓGICA INFORMAL

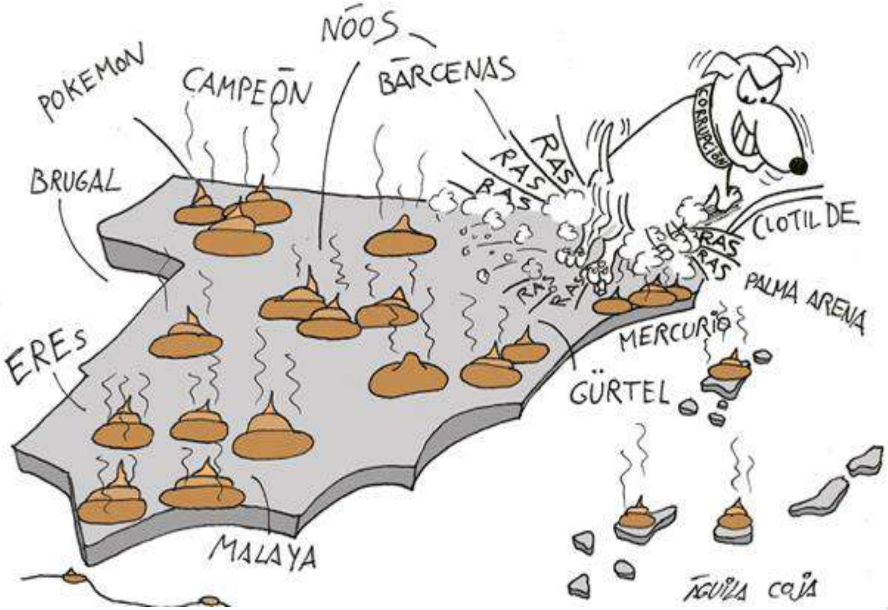
- Estudia la argumentación en el lenguaje cotidiano u ordinario; aquí destacamos el estudio de las **falacias.**
- Podemos relacionar con esta disciplina "artes" clásicas tales como:
  - LA RETÓRICA: Arte de la persuasión.
  - LA ORATORIA: Arte de hablar en público.
  - LA DIALÉCTICA: Arte de conversar y discutir.
- Las **FALACIAS** son argumentos no válidos pero con apariencia de validez.
- Las falacias se cometen, a veces, *por error*. Otras veces se utilizan de forma interesada *para manipular* a aquellos a quienes se dirige el discurso. Veamos las más importantes…

AD HOMINEM

- Argumentamos aludiendo a un atributo físico, una característica moral o una condición personal del interlocutor, usándolo como razón para desacreditarlo.
- Por ejemplo: *No puede ser un buen Presidente porque ha demostrado ser un mal esposo.*

TU QUOQUE

- Se trata de argumentar saliendo de la cuestión con un "tú también lo hiciste" o "tú más", intentado descalificar así al interlocutor.
- Ejemplo: *¡Vaya! Habló el que nunca ha roto un plato.*




1,30 €

elPeriódico

ju. 30

PARA GENTE COMPROMETIDA

LOS LÍDERES SE ECHAN EN CARA LOS ESCÁNDALOS

Y tú más

Los partidos se enrocan y la corrupción colapsa el debate político

AD IGNORANTIAM

- Argumentamos usando a propósito información que el interlocutor desconoce:
- Ejemplo: *Dios existe porque nadie ha podido demostrar lo contrario.*

AD POPULUM

- Se argumenta apelando a una supuesta opinión de la gente en general.
- Ejemplo: *Es buen músico porque tiene millones de fans.*
- No debe confundirse con la **demagogia**, que consiste en apelar a prejuicios, emociones, miedos y esperanzas del público para ganar apoyo popular. La **propaganda** de cualquier clase es, casi siempre, demagógica.

Demagogia:

FALACIA DE LA CAUSA FALSA (*POST HOC ERGO PROPTER HOC*)

- Se comete cuando argumentamos basándonos en supersticiones o atribuyendo como causa de algo lo que lo ha precedido, sin que haya una conexión probada.
- Ejemplo: *Me puse la vacuna y cogí el virus. Por tanto, la vacuna me provocó la enfermedad.*

AD BACULUM

- Argumentamos apoyándonos en una posición de poder y usándola como argumento implícita o explícitamente. Recurre a la amenaza.
- Ejemplo: *Matar está mal porque, si lo haces, irás a la cárcel.*

AD VERECUNDIAM

- Argumentamos apoyándonos en el prestigio de alguien importante o famoso.
- Ejemplo: *Todos los días me tomo unos vinos porque Antonio Banderas dijo por la tele que el vino es bueno para la salud.*

DE LA TRADICIÓN

- Argumentamos apelando a que algo ha sido siempre así y eso lo convierte en bueno, recomendable, conveniente o en verdadero.
- Ejemplo: *No se puede prohibir los toros porque es la fiesta nacional española.*

FALACIA DEL ÉNFASIS

- Se da cuando en un enunciado se enfatiza tanto algo (o tan poco), que la afirmación resulta ambigua o inexacta. Es habitual en titulares y publicidad.
- Ejemplo: *¡ME CASO! Siempre que pueda ahorrar lo suficiente para pagar una hipoteca.*

Campaña publicitaria de 1969 contra la guerra del Vietnam.

AD MISERICORDIAM

- Se trata de que nuestro razonamiento se basa en la aceptación de conclusiones derivadas de la piedad o la misericordia en contextos exagerados.
- Ejemplo: Un etarra solicita que libertad para cuidar de su anciana madre.

RAZONAMIENTO CIRCULAR (*PETITIO PRINCIPII*)

- Consiste en afirmar aquello que se debe demostrar. Se comete cuando la conclusión es también la premisa inicial; cayendo así en un círculo vicioso.
- Ejemplo: *El tabaco engancha porque es adictivo.*

PREGUNTA COMPLEJA

- Se comete cuando queremos dar una sola respuesta a una pregunta múltiple o a situaciones que involucran más de una pregunta.
- Ejemplo:

¿Ha conseguido usted cometer fraude este año en su declaración de la renta como siempre?

PENSAMIENTO LATERAL

- La lógica informal también se relaciona con la capacidad de encontrar soluciones nuevas y creativas a problemas. A este modo de pensar se le denomina PENSAMIENTO LATERAL.
- Pensar de este modo supone ver los problemas desde nuevas perspectivas y ser "ingeniosos". Ejemplos serían los ACERTIJOS como estos:
  - ¿Cuánta tierra hay en un hoyo de un metro de largo por un metro de ancho y un metro de profundidad?
  - ¿Puedes cortar un pastel en 8 trozos iguales con solo 3 cortes?
  - Oro parece. Plata no es. ¿Qué es?

EJERCICIO DE FALACIAS

1. Ha dejado de llover porque el arco iris al salir detuvo la lluvia.
2. Los ecologistas dicen que consumimos demasiada carne; pero no les hagas caso porque son unos radicales.
3. No vengas a trabajar a la tienda con ese pendiente; recuerda que quien paga, manda.
4. Según el alcalde, lo mejor para la salud de los ciudadanos es asfaltar todas las plazas de la ciudad.
5. Tenemos que frenar la inmigración. ¿Qué harán nuestros hijos si los extranjeros nos roban el trabajo y el pan?
6. Nadie puede probar que no haya una influencia de los astros en nuestra vida; por lo tanto, las predicciones de la astrología son verdaderas.
7. ¿Has dejado ya de molestar a tus vecinos?
8. ¿Cómo puede decir que la pelota estaba fuera? Si estaba tan cerca..., y además voy perdiendo por diez puntos a dos.
9. Dices que yo no debería beber, pero tú no has estado sobrio ni un solo día en la última semana.
10. Sería ilegal si ofreciéramos... ¡CERVEZA GRATIS!

3. LÓGICA FORMAL

- La lógica formal estudia los argumentos (también llamados "razonamientos" o "inferencias") de una forma técnica, esto es, construyendo **lenguajes artificiales**.
- "FORMALIZAR".es *traducir* un argumento al lenguaje formal de la lógica.
- El nivel más simple de **formalización** es la LÓGICA PROPOSICIONAL o DE ENUNCIADOS: en ella se analizan las partículas que conectan (conectivas lógicas) proposiciones o enunciados: Y, O, NO, SI… ENTONCES. En cambio, los enunciados en sí mismos no se analizan, es decir, no se descomponen en sujeto y predicado.

- Un nivel superior de formalización sería la LÓGICA DE PREDICADOS, que distingue entre el sujeto y el predicado de los enunciados y que incluye, además de las conectivas lógicas, cuantificadores del sujeto (todos, algunos, ninguno) y predicados (P, Q, R…).

  Ejemplo de lógica de predicados: $\exists x\ Px \rightarrow Qx$

- Los lenguajes lógicos son investigados por disciplinas denominadas metalógica y metamatemática, ésta intenta **fundamentar las matemáticas desde la lógica**.

LÓGICA PROPOSICIONAL O DE ENUNCIADOS

Una **PROPOSICIÓN** o **ENUNCIADO** es una oración que afirma o niega algo sobre el mundo y que puede ser **verdadera o falsa**.

EJEMPLOS DE ENUNCIADOS:

1. Llueve.
2. Yo soy Pepe.
3. Barbate es la capital de España.
4. El universo es una sucesión infinita de trasmigraciones que pululan sin cesar de un lado a otro como si fueran antorchas en una ceremonia antigua.

No confundas: una cosa son las *pr**o**posiciones* (enunciados lógicos) y otra muy distinta las *pr**e**posiciones* (a, ante, bajo, cabe, con, contra…).

No son enunciados, pues ni afirman ni niegan nada, **ni las preguntas ni las exclamaciones,** ni ninguna oración a la que no tenga un valor de verdad.

<u>NO SON enunciados:</u>

1. Hola.
2. ¿Sabes qué hora es?
3. ¡Viva la madre que te parió!

Para **formalizar** los enunciados, utilizaremos las siguientes letras minúsculas: p, q, r, s, t, u, v, w, m, n, o.

(La x, y, z están reservadas para las matemáticas: representan incógnitas.)

3.1. TABLAS DE VERDAD

- Los enunciados atómicos son **verdaderos** (“V” o “1”) o **falsos** (“F” o “0”), y *no hay una tercera posibilidad*: a esto se le conoce como ***principio de tercero excluido*** o también, ***principio de bivalencia***.
- La lógica resultante de la aplicación de estos principios es una **LÓGICA BINARIA** muy apropiada para el lenguaje de computación.
- También hay **LÓGICAS POLIVALENTES** que admiten más valores de verdad.

p
1
0

=

p
V
F

A los enunciados moleculares les pasa lo mismo: solo pueden ser **verdaderos** o **falsos**. Sin embargo, las **POSIBILIDADES LÓGICAS** se multiplican por 2, por 4, por 8, por 16, por 32, por 64, por 128, por 256, por 512, por 1024... depende de cuántos enunciados haya...

¿No te recuerdan esos números a la informática? ... ¡Con razón! La informática está basada en un lenguaje binario de unos y ceros.

Para saber cuántas posibilidades lógicas hay, calcula 2^n donde "n" es el número de enunciados.

Esto sucede cuando tenemos 2 enunciados:

a) Puede que los dos sean verdaderos A LA VEZ.

b) O que los dos sean falsos A LA VEZ.

c) O que uno sea verdadero y el otro falso.

d) O que uno sea falso y el otro verdadero.

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

p	q	r	s
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

- Con cuatro variables, las posibilidades son $\mathbf{2^4} = 16$

- Para no liarte:

- El valor de verdad de "s" (del último) va alternando **de uno en uno**.
- El de "r", **de dos en dos**.
- El de "q", **de cuatro en cuatro**.
- El de "p", **de ocho en ocho**.

- Otro modo de decirlo:

- p = 8 unos, 8 ceros.
- q = 4 unos, 4 ceros, 4 unos, 4 ceros.
- R = 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros.
- S = 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero… así hasta 16.

CONECTIVAS LÓGICAS

- Los enunciados simples (*atómicos*) pueden relacionarse unos con otros a través de las **conectivas** para formar nuevos enunciados más complejos (*moleculares*).

- Cada conectiva expresa una **relación distinta entre los elementos conectados** e impone unas **condiciones distintas para que el conjunto sea verdadero o falso**.

- Esto es muy fácil de entender a través de un ejemplo…

OBSERVA LA DIFERENCIA ENTRE ESTOS ENUNCIADOS

1. *Eres prudente* ***y*** *feliz.*
2. *Eres prudente* ***o*** *feliz*.
3. ***Si*** *fueras prudente,* ***entonces*** *serías feliz*.

¿Qué frases serían verdad si fueras prudente y feliz? ... TODAS.

¿Y si fueras prudente e infeliz? ………………………………

¿Y si fueras imprudente y feliz? ……………………………….

¿Y si fueras imprudente e infeliz? ………………………………

Aviso: cuidado con las dos del final. Muchos fallan en esas.

EL NEGADOR = ¬

- La negación de una proposición no es una "conectiva", pues propiamente no "conecta" nada, pero forma parte de la sintaxis lógica.

- **Ejemplo:** *No me llamo Javier.*
  - **Formalización:** p = Me llamo Javier.
  - **Enunciado en lenguaje formal:** ¬ p

- Expresiones equivalentes:
  - NO ES EL CASO QUE me llame Javier.
  - NO OCURRE QUE me llame Javier.
  - NO ES CIERTO QUE me llame Javier.
  - ES IMPOSIBLE QUE me llame Javier.
  - ES FALSO QUE me llame Javier.

TABLA DE VERDAD DEL NEGADOR

- Si p es verdadero, la negación de p es falsa.
- Si p es falso, la negación de p será verdad.

p	p	¬ ¬p
1	0	1
0	1	0

- Podemos encontrar dobles negaciones, triples, etc.
- La **doble negación** equivale a una afirmación y la triple a una negación (vamos, como en Matemáticas).

EL CONJUNTOR: Λ

- Se utiliza para expresar que dos proposiciones son verdaderas a la vez.
- **Ejemplo**: *Bob habla y Patricio duerme*.
  - **Formalización**: p = Bob habla.   q = Patricio duerme.
  - **Enunciado en lenguaje formal**: $p \land q$

- Expresiones equivalentes:
  - Bob habla Y Patricio duerme.
  - Bob habla, PERO Patricio duerme.
  - Bob habla AUNQUE Patricio duerme.
  - Bob habla, SIN EMBARGO, Patricio duerme.
  - Bob habla ADEMÁS Patricio duerme.
  - Bob habla, NO OBSTANTE, Patricio duerme.
  - Bob habla, Patricio duerme.

TABLA DE VERDAD DEL CONJUNTOR

- La conjunción es verdadera cuando ambos enunciados son verdaderos.

p	∧	q
1	**1**	**1**
1	0	0
0	0	1
0	0	0

EL DISYUNTOR: V

- Se utiliza en las DISYUNCIONES **INCLUSIVAS**.
- **Ejemplo**: *Cenaré queso o cenaré jamón* (o los dos).
  - **Formalización**: p = Cenaré queso.   q = Cenaré jamón.
  - **Enunciado en lenguaje formal**: p V q

- Para las disyunciones **exclusivas** existe otro símbolo: $\underline{\text{V}}$ (igual, pero subrayado).   Nosotros no lo usaremos.

- Expresiones equivalentes:
  - O Cenaré queso, O cenaré jamón.
  - O BIEN cenaré queso O BIEN cenaré jamón.
  - Cenaré queso O (cenaré) jamón.

TABLA DE VERDAD DEL DISYUNTOR

- La disyunción es falsa cuando ninguno de los enunciados son falsos.

p	v	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	**0**	**0**

EL IMPLICADOR o CONDICIONAL : $\rightarrow$

- Se utiliza en las relaciones condicionales entre un **antecedente** (que sucede antes) y un **consecuente** (que sucede después como consecuencia).
- Este signo expresa que el antecedente es **condición suficiente**, **pero no necesaria** (puede haber otras), para que se dé el consecuente.
- **Ejemplo:** Si fumas, perjudicas tu salud.
  - **Formalización**: p = Fumas.   q = Perjudicas tu salud.
  - **Enunciado en lenguaje formal**: $p \rightarrow q$

Existe otro símbolo, la doble implicación ($\leftrightarrow$): en este caso, el antecedente sí es condición necesaria para que se dé el consecuente. Nosotros no lo usaremos.

- Expresiones equivalentes a SI… ENTONCES…
  - SI fumas, perjudicas tu salud.
  - Fumas, LUEGO perjudicas tu salud.
  - CUANDO fumas, perjudicas tu salud.
  - Fumas, POR TANTO perjudicas tu salud.
  - SIEMPRE QUE fumas, perjudicas tu salud.
  - EN CASO DE QUE fumes, perjudicas tu salud.
  - También otras como: "…EN CONSECUENCIA…", "…SE DEMUESTRA…", "…SE DEDUCE…", "…SE DERIVA…", "…SE INFIERE…", ETC.
- ADVERTENCIA: En algunas ocasiones, el orden sintáctico es justo al revés que el orden lógico. Para formalizarlo bien, **debes preguntarte qué sucede antes y qué después**.
  - Perjudicas tu salud SIEMPRE QUE fumas.
  - Perjudicas tu salud CUANDO fumas.
  - Perjudicas tu salud SI fumas.

TABLAS DE VERDAD DEL IMPLICADOR

- La implicación es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso.

p	$\rightarrow$	q
1	1	1
1	**0**	**0**
0	1	1
0	1	0

- El implicador establece una HIPÓTESIS: si *pasara* esto, *pasaría* lo otro. Por tanto, la implicación es cierta aunque ninguno de los dos enunciados sea verdadero.

SÍMBOLOS AUXILIARES

- La conjunción, disyunción y implicación son conectivas **DIÁDICAS**, es decir, conectan enunciados (atómicos o moleculares) **de dos en dos**.
- La negación es **MONÁDICA**: solo afecta al enunciado (atómico o molecular) que le sigue.
- Para que quede siempre claro qué está conectado con qué, utiliza los **paréntesis, corchetes y llaves**, como en matemáticas.
- Si no pones paréntesis, el enunciado será **ambiguo** y, por tanto, **equívoco**: $p \vee q \wedge r \;=\; (p \vee q) \wedge r \;/\; p \vee (q \wedge r)$

¿CÓMO HACER TABLAS DE VERDAD?

1. Haz la tabla de verdad de los enunciados atómicos y atómicos negados: p, q, r ... ¬p, ¬q, ¬r ...

2. Haz la tabla de verdad de los paréntesis, corchetes y llaves, **de dentro a fuera** (primero los internos y luego los externos).

3. La última tabla que hagas es la tabla de verdad de la conectiva principal y, por tanto, de todo el enunciado molecular.

¬	p	∧	q
0	1	**0**	1
0	1	**0**	0
1	0	**1**	1
1	0	**0**	0

¬	(p	∧	q)
0	1	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	0	0

- Compara el ejemplo de la izquierda con el de la derecha. Fíjate cómo ha cambiado el enunciado al introducir **paréntesis**: antes, la conectiva dominante era la conjunción; ahora es la negación.
- La conectiva dominante es la última columna que se resuelve.

HALLAR LA TABLA DE $(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$

- Debemos ir resolviendo el enunciado molecular “de dentro hacia fuera”.
- Para hacer la tabla del disyuntor, hay que fijarse en las tablas de las conectivas de los paréntesis.

(p	∧	q)	**→**	(¬	p	→	q)
1	1	1	**1**	0	1	1	1
1	0	0	**1**	0	1	1	0
0	0	1	**1**	1	0	1	1
0	0	0	**0**	1	0	0	0

- La columna resultante es la tabla de verdad de nuestro enunciado molecular.

TABLAS DE VERDAD CON 3 ENUNCIADOS

(p	∧	q)	→	¬	(r	∨	¬	q)
1		1			1		0	1
1		1			0		0	1
1		0			1		1	0
1		0			0		1	0
0		1			1		0	1
0		1			0		0	1
0		0			1		1	0
0		0			0		1	0

- Primero hacemos la tabla de los enunciados atómicos y de sus negaciones.

(p	Λ	q)	→	¬	(r	V	¬	q)
1	**1**	1		**0**	1	**1**	0	1
1	**1**	1		**1**	0	**0**	0	1
1	**0**	0		**0**	1	**1**	1	0
1	**0**	0		**0**	0	**1**	1	0
0	**0**	1		**0**	1	**1**	0	1
0	**0**	1		**1**	0	**0**	0	1
0	**0**	0		**0**	1	**1**	1	0
0	**0**	0		**0**	0	**1**	1	0

- Luego las conectivas dentro de los paréntesis.
- Luego la negación del segundo paréntesis.

(p	∧	q)	→	¬	(r	∨	¬	q)
1	**1**	1	0	**0**	1	1	0	1
1	**1**	1	1	**1**	0	0	0	1
1	**0**	0	1	**0**	1	1	1	0
1	**0**	0	1	**0**	0	1	1	0
0	**0**	1	1	**0**	1	1	0	1
0	**0**	1	1	**1**	0	0	0	1
0	**0**	0	1	**0**	1	1	1	0
0	**0**	0	1	**0**	0	1	1	0

- Finalmente hacemos la tabla de la conectiva dominante.
- Ésta nos dará el resultado de la fórmula: en este caso, tenemos una **INDETERMINACIÓN**…

INDETERMINACIONES

- El enunciado será verdadero o falso según sean los valores de verdad de los enunciados atómicos y las conectivas que lo componen.
- También se llaman **enunciados meramente satisfactibles** o **contingencias**.

p
1
0

(p	$\vee$	q)	$\rightarrow$	q)
1	1	1	1	1
1	1	0	0	0
0	1	1	1	1
0	0	0	1	0

p	$\rightarrow$	(p	$\rightarrow$	$\neg$	q)
1	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0

TAUTOLOGÍAS

- Son enunciados que siempre son verdad. Esto sucede por el modo como están construidos, es decir, por su estructura: son **formalmente verdaderos**.
- Su verdad no depende de los enunciados atómicos (que pueden ser verdaderos o falsos): depende de la forma como está construido el enunciado molecular.
- Igual en hay leyes en la naturaleza y en la sociedad, también las hay leyes en la lógica. Toda tautología es una **ley lógica.**

p	→	p
1	1	1
0	1	0

p	→	(¬	p	→	q)
1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0

CONTRADICCIONES

- Son enunciados que son siempre falsos en virtud de su forma: son **formalmente falsos**.

p	∧	¬	p
1	0	0	1
0	0	1	0

q	∧	¬	(p	∨	q)
1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0

- La negación de una contradicción siempre será una tautología, y la negación de una tautología será una contradicción.

¡PIENSA POR TI MISMO/A!

Sin hacer tablas de verdad, piensa un poco y di qué son: ¿tautologías, contradicciones o indeterminaciones?

1. $p \rightarrow p$
2. p
3. $p \land \neg p$
4. $p \lor \neg p$
5. $p \lor q$
6. $(p \land q) \rightarrow \neg p$
7. $\neg (p \land \neg p)$
8. $p \land p$
9. $[(p \lor q) \land \neg p] \rightarrow \neg q$
10. $(p \land \neg p) \rightarrow q$
11. $(p \land p) \rightarrow q$
12. $\neg[p \rightarrow (p \lor q)]$

FORMALIZA E INDICA SI SON INDETERMINACIONES, TAUTOLOGÍAS O CONTRADICCIONES

1) En el caso de que venga Pepa, vendrán Juan y Ana.
2) Si hay guerra, no crecerá el paro ni la inflación.
3) O Juan debe declarar y ser sincero, o no debe declarar.
4) María se irá al Caribe si le toca la lotería y no es temporada de huracanes.
5) El Hombre Lobo es un invento, y si ocurre lo mismo con Papá Noel, entonces los niños son vilmente engañados.
6) Cuando la bolsa baja mucho, entonces es conveniente comprar; y cuando la bolsa sube mucho, también es conveniente comprar.
7) Aumentará la inflación y disminuirá el paro, si cambia la situación actual.
8) Si el aumento de la inflación implica la disminución del nivel de riqueza, entonces, si no disminuye el nivel de riqueza, no aumentará la inflación.

Nota: La coma de la frase nº7 es fundamental.

SOLUCIONES

1) En el caso de que venga Pepa, vendrán Juan y Ana.
2) Si hay guerra, no crecerá el paro ni la inflación.
3) Juan debe declarar y ser sincero, o no debe declarar.
4) María se irá al Caribe si le toca la lotería y no es temporada de huracanes.
5) El Hombre Lobo es un invento, y si ocurre lo mismo con Papá Noel, entonces los niños son vilmente engañados.
6) Cuando la bolsa baja mucho, entonces es conveniente comprar; y cuando la bolsa sube mucho, también es conveniente comprar.
7) Aumentará la inflación y disminuirá el paro, si cambia la situación actual.
8) Si el aumento de la inflación implica la disminución del nivel de riqueza, entonces, si no disminuye el nivel de riqueza, no aumentará la inflación.

SOLUCIÓN 1)

1) En el caso de que venga Pepa, vendrán Juan y Ana.

p = Viene Pepa.   q = Viene Juan.   r = Viene Ana.

$p \rightarrow (q \land r)$ $2^3 = 8$ posibilidades lógicas.

p	→	(q	∧	r)
1	**1**	1	**1**	1
1	**0**	1	**0**	0
1	**0**	0	**0**	1
1	**0**	0	**0**	0
0	**1**	1	**1**	1
0	**1**	1	**0**	0
0	**1**	0	**0**	1
0	**1**	0	**0**	0

Es una **INDETERMINACIÓN**.

SOLUCIÓN 2)

2) Si hay guerra, no crecerá el paro ni la inflación.

p = Hay guerra. q = Crecerá el paro. r = Crecerá la inflación.

$p \rightarrow (\neg q \wedge \neg r)$ $2^3 = 8$ posibilidades lógicas.

Nótese que **$(\neg q \wedge \neg r)$** *no equivale a* **$\neg(q \wedge r)$** .

p	→	(¬q	∧	¬r)
1	**0**	0	**0**	0
1	**0**	0	**0**	1
1	**0**	1	**0**	0
1	**1**	1	**1**	1
0	**1**	0	**0**	0
0	**1**	0	**0**	1
0	**1**	1	**0**	0
0	**1**	1	**1**	1

Es una **INDETERMINACIÓN**.

SOLUCIÓN 3)

3) Juan debe declarar y ser sincero, o no debe declarar.

p = Juan debe declarar.   q = Juan debe ser sincero.

$(p \wedge q) \vee \neg p$ $2^2 = 4$ posibilidades lógicas.

(p	Λ	q)	V	¬p
1	1	1	**0**	**0**
1	0	0	**1**	**0**
0	0	1	**1**	**1**
0	0	0	**1**	**1**

Es una **INDETERMINACIÓN.**

SOLUCIÓN 4)

4) María se irá al Caribe si le toca la lotería y no es temporada de huracanes.

p = María irá al Caribe. q = A María le toca la lotería.

r = Es temporada de huracanes.

$(q \wedge \neg r) \rightarrow p$ $2^3 = 8$ posibilidades lógicas.

Nótese que el antecedente sucede ANTES, y el CONSECUENTE sucede después.

(q	∧	¬r)	→	p
1	**1**	1	**1**	**1**
1	**0**	0	**1**	**1**
0	**0**	1	**1**	**1**
0	**0**	0	**1**	**1**
1	**1**	1	**0**	**0**
1	**0**	0	**1**	**0**
0	**0**	1	**1**	**0**
0	**0**	0	**1**	**0**

Es una **INDETERMINACIÓN.**

SOLUCIÓN 5)

5) El Hombre Lobo es un invento, y si ocurre lo mismo con Papá Noel, entonces los niños son vilmente engañados.

p = El Hombre Lobo es un invento. q = Papá Noel es un invento.

r = Los niños son vilmente engañados.

$p \wedge (q \rightarrow r)$ $2^3 = 8$ posibilidades lógicas.

Nótese que "p" es un hecho. En cambio, "q" es solo una hipótesis.

p	∧	(q	→	r)
1	**1**	1	**1**	1
1	**0**	1	**0**	0
1	**1**	0	**1**	1
1	**1**	0	**1**	0
0	**0**	1	**1**	1
0	**0**	1	**0**	0
0	**0**	0	**1**	1
0	**0**	0	**1**	0

Es una **INDETERMINACIÓN**.

SOLUCIÓN 6)

6) Cuando la bolsa baja mucho, entonces es conveniente comprar; y cuando la bolsa sube mucho, también es conveniente comprar.

p = La bolsa baja mucho. q = El conveniente comprar.

r = La bolsa sube mucho.

$(p \rightarrow q) \wedge (r \rightarrow q)$ $2^3 = 8$ posibilidades lógicas.

Nótese que "p" no es lo contrario de "q": la bolsa podría moverse "poco" o incluso no moverse.

(p	→	q)	∧	(r	→	q)
1	**1**	1	**1**	1	**1**	1
1	**1**	1	**1**	0	**1**	1
1	**0**	0	**0**	1	**0**	0
1	**0**	0	**0**	0	**1**	0
0	**1**	1	**1**	1	**1**	1
0	**1**	1	**1**	0	**1**	1
0	**1**	0	**0**	1	**0**	0
0	**1**	0	**1**	0	**1**	0

Es una **INDETERMINACIÓN.**

EVALUAR LA VALIDEZ DE LOS RAZONAMIENTOS CON TABLAS DE VERDAD

- En un razonamiento válido, la conclusión ***se sigue*** de las premisas, es decir, que **no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa**. En otras palabras, **un razonamiento es como una implicación**: solo es falsa cuando el antecedente es verdad y el consecuente es falso.

- Cuando un razonamiento es válido, decimos que la conclusión es **consecuencia lógica** de las premisas.

- El signo de consecuencia lógica es este: ⊢ Las premisas se ponen antes, unidas con comas, y la conclusión después:

$$\mathbf{p, q \vdash p \wedge q}$$

- Para evaluar la validez de un razonamiento, construimos una implicación en la que el antecedente será la conjunción de las premisas y el consecuente será la conclusión del razonamiento.

$\{$Premisa1 $\wedge$ Premisa2 $\wedge$ …$\}$ $\rightarrow$ Conclusión

SI son ciertas las premisas,

ENTONCES tiene que ser cierta esta conclusión.

- Por tanto, si la tabla de la implicación es una **tautología**, entonces **el razonamiento ES CORRECTO**.
- En cambio, basta con que salga un cero para afirmar que el razonamiento no es correcto.

COMPROBAR SI EL SIGUIENTE ARGUMENTO ES VÁLIDO

Una condición necesaria para que la humanidad sea libre es que los seres humanos no estén ligados a una esencia. Si Dios creó a los humanos, entonces estamos ligados a una esencia. Claramente, los humanos somos libres. ***Por tanto,*** *Dios no creó a los humanos*.

1º) *Formalizar el razonamiento*:

p = Los humanos son libres.

q = Los humanos están ligados a una esencia.

r = Dios creó a los humanos.

$(p \rightarrow \neg q),\ (r \rightarrow q),\ p \vdash \neg r$

2º) *Construir la fórmula condicional*:

$[(p \rightarrow \neg q) \land (r \rightarrow q) \land p] \rightarrow \neg r$

3º Hacer la tabla de verdad:

2^3 = 8 posibilidades lógicas.

{[(p	→	¬	q)	∧	(r	→	q)]	∧	p}	→	¬	r
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	**1**	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	**1**	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	**1**	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	**1**	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	**1**	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	**1**	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	**1**	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	**1**	1	0

4º Establecer la conclusión:

El enunciado ES TAUTOLÓGICO.

Por tanto, el argumento es VÁLIDO

3.2. CÁLCULO DEDUCTIVO

- En una deducción o ***inferencia lógica***, progresamos a partir de la información conocida, las **premisas**, hasta alcanzar cierta información, la **conclusión**.
- Cada nueva información *es consecuencia lógica de* las anteriores.
- Para no perdernos en una cadena deductiva, es fundamental **NUMERAR** cada paso que demos.
- Para *deducir o inferir* un enunciado a partir de los anteriores, usamos **REGLAS** de inferencia. Las reglas son **maneras correctas de razonar**, de inferir unos enunciados a partir de otros.
- Hay muchas maneras correctas de razonar, muchas reglas, como mínimo ocho: una para introducir cada conectiva y otra para eliminarla. Son las **REGLAS BÁSICAS**.

PROCEDIMIENTO DE DEDUCCIÓN

1. Se escribe cada premisa en una línea distinta. Se determina cuál es la conclusión, y se señala aparte indicando que ***esto es lo queremos demostrar***.

2. Se aplican **reglas** de inferencia. Las conclusiones se ponen en líneas nuevas.

3. La deducción termina cuando llegamos a una línea, ***fuera de toda barra de hipótesis***, que contiene lo que queremos demostrar.

REGLAS BÁSICAS

- Usamos los “A, B,C” como **variables metalingüísticas**: sustituyen cualquier enunciado, sea este atómico o molecular.
- La **doble raya** significa que son dos reglas en una: se puede leer de arriba a abajo (como siempre) pero también de abajo a arriba.

	∧	∨	→	¬
INTRODUCCIÓN	$\dfrac{\begin{array}{l}A\\B\end{array}}{A \land B}$	$\dfrac{A}{A \lor B}$ $\dfrac{A}{B \lor A}$	$\dfrac{\begin{array}{l}A\\B\end{array}}{A \to B}$	$\dfrac{\begin{array}{l}A\\B \land \neg B\end{array}}{\neg A}$
ELIMINACIÓN	$\dfrac{A \land B}{A}$ $\dfrac{A \land B}{B}$	$\dfrac{\begin{array}{l}A \lor B\\A \to C\\B \to C\end{array}}{C}$	$\dfrac{\begin{array}{l}A \to B\\A\end{array}}{B}$	$\begin{array}{c}\neg\neg A\\ \hline\hline A\end{array}$

INTRODUCCIÓN DEL CONJUNTOR (IC)

Premisas:

1. El asesino es zurdo.
2. El asesino calza un 45.

$$\frac{\begin{array}{l} A \\ B \end{array}}{A \wedge B}$$

Conclusión:

3. El asesino es zurdo Y calza un 45.

* En una deducción, cada paso deductivo se debe numerar.

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON IC

p, q, r, s ⊢ q ^ s

“⊢” es el símbolo de la **deducción lógica**. Lo que va antes son las premisas, separadas por comas. Lo que va después es la conclusión.

1. p	Premisa
2. q	Premisa
3. r	Premisa
4. s	Premisa
5. q ^ s	**IC 2, 4**

$$\frac{\begin{array}{l} A\ (= q) \\ B\ (= s) \end{array}}{A \wedge B\ (= q \wedge s)}$$

La línea 5 es una deducción hecha con la regla de introducción de la conjunción entre la línea 2 y la línea 4.

ELIMINACIÓN DEL CONJUNTOR (EC)

Premisa:

1.El asesino es bizco y usa bombín.

Conclusiones:

2. El asesino es bizco.
3. El asesino usa bombín.

$$\frac{A \wedge B}{A}$$

$$\frac{A \wedge B}{B}$$

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON EC

$$[(p \wedge q) \wedge r] \wedge s \vdash q$$

1. $[(p \wedge q) \wedge r] \wedge s$	Premisa
2. $(p \wedge q) \wedge r$	EC 1
3. $p \wedge q$	EC 2
4. q	EC 3

$$\frac{A \wedge B}{A}$$

$$\frac{A \wedge B}{B}$$

- Con la misma regla, hemos hecho tres deducciones.
- Como me pedían que dedujese “q”, no he usado la regla para extraer “s” o “r”, pues no nos sirve para nada. Pero, si lo hubiera hecho, <u>seguiría estando bien</u>.

INTRODUCCIÓN DEL DISYUNTOR (ID)

Premisa:

1. El asesino mide 1,90 m.

Conclusión:

2. El asesino mide 1,90m o veranea en Cancún.

$$\frac{A}{A \vee B}$$

$$\frac{A}{B \vee A}$$

Si un enunciado es verdad, cualquier disyunción con ese enunciado será verdad.

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON ID

$$p \wedge q \ \vdash p \vee [r \rightarrow [s \rightarrow (t \vee u)]]$$

1. $p \wedge q$	Premisa
2. p	EC 1
3. $p \vee [[r \rightarrow [s \rightarrow (t \vee u)]]$	ID 2

$$\frac{A}{A \vee B}$$

Si "p" es verdad, es verdad "p" **o lo que sea**.

PRUEBA POR CASOS (Casos)

Premisas:

1. El asesino huyó en coche o en moto.
2. Si huyó en coche, se esconde en Cádiz.
3. Si huyó en moto, se esconde en Cádiz.

Conclusión:

4. El asesino se esconde Cádiz.

$$\begin{array}{l} A \vee B \\ A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \\ \hline C \end{array}$$

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON Casos

$$p \vee q,\ p \rightarrow s,\ q \rightarrow s \ \vdash \neg\neg[s \vee (t \rightarrow r)]$$

1. $p \vee q$	Premisa
2. $p \rightarrow s$	Premisa
3. $q \rightarrow s$	Premisa
4. s	Casos 1, 2, 3
5. $s \vee (t \rightarrow r)$	ID 4
6. $\neg\neg[s \vee (t \rightarrow r)]$	DN 5

$$\frac{\begin{array}{c} A \vee B \\ A \rightarrow C \\ B \rightarrow C \end{array}}{C}$$

ALGUNAS REGLAS REQUIEREN HACER *HIPÓTESIS*

- Las hipótesis funcionan como ***premisas provisionales***.
- En un razonamiento, siempre podemos introducir una hipótesis. Lo hacemos para **ver qué podemos deducir** a partir de dicha hipótesis.
- Las dos reglas que requieren formular una hipótesis son la introducción del implicador (o teorema de la deducción) y la introducción del negador (o reducción al absurdo).
- Lo que deduzcamos a partir de hipótesis tiene que señalarse con una especie de **paréntesis** que se pone delante de los números de las líneas.
- Usaré colores para ayudarte a entenderlo.

TEOREMA DE LA DEDUCCIÓN (TD)

Hipótesis:

La víctima fue envenenada.

Conclusión de la hipótesis:

El asesino es zurdo.

$$\begin{array}{l} A \\ B \\ \hline A \rightarrow B \end{array}$$

Conclusión:

Si la víctima fue envenenada, el asesino es zurdo.

La conclusión **está fuera** de la hipótesis, es decir, que **es** un enunciado verdadero.

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON TD

$$p \wedge (q \wedge r) \vdash p \to q$$

1. $p \wedge (q \wedge r)$	Premisa
2. p	Hipótesis (TD)
3. $q \wedge r$	EC 1
4. q	EC 3
5. $p \to q$	TD 2-4

$$\frac{\begin{array}{l} A \\ B \end{array}}{A \to B}$$

Nótese que “p” podía haberse extraído de la línea 1 con la regla EC. Sin embargo, **nos piden que demostremos una implicación**, y necesitamos usar la regla que introduce implicaciones (II), **así que “p” debe ser una hipótesis**.

En la justificación de la línea, separamos con guión en vez de con comas (II 2-4) para señalar que hemos deducido **bajo hipótesis** en las líneas 2, 3 y 4.

MODUS PONENDO PONENS (MP)

Premisas:

1. Si Floren es culpable, Pepa le encubre.

2. Floren es culpable.

Conclusión:

3. Pepa encubre a Floren.

$$\frac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON MP

$$p,\ p \rightarrow q,\ q \rightarrow r,\ r \rightarrow s \vdash s$$

$$\boxed{\dfrac{\begin{array}{l} A \rightarrow B \\ A \end{array}}{B}}$$

1. p	Premisa
2. $p \rightarrow q$	Premisa
3. $q \rightarrow r$	Premisa
4. $r \rightarrow s$	Premisa
5. q	MP 2, 1
6. r	MP 3, 5
7. s	MP 4, 6

REDUCCIÓN AL ABSURDO (RA)

Hipótesis:

El asesino huyó a Cádiz.

Conclusión de la hipótesis:

Arantxa es dentista y no es dentista.

Conclusión:

El asesino no huyó a Cádiz.

$$\begin{array}{l} A \\ B \land \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

- Ponemos como hipótesis lo contrario de lo que queremos demostrar. Si alcanzamos una contradicción, significa que nuestro supuesto inicial era absurdo (como ya sabíamos desde el principio). Al llegar a la contradicción, cancelamos la hipótesis.
- La conclusión ya no es una hipótesis: es verdad.

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON RA

$p \rightarrow q,\ \neg q \vdash \neg p$

1.	$p \rightarrow q$	Premisa
2.	$\neg q$	Premisa
3.	p	Hipótesis (RA)
4.	q	EI 1,
5.	$q \wedge \neg q$	IC 2, 4
6.	$\neg p$	RA 3-5

$$\frac{\begin{array}{l} A \\ B \wedge \neg B \end{array}}{\neg A}$$

DOBLE NEGACIÓN (DN)

Premisa:

1. No es el caso que el asesino no fume en pipa.

Conclusión:

2. El asesino fuma en pipa.

$$\begin{array}{c} A \\ \hline\hline \neg\neg A \end{array} = \begin{array}{c} \neg\neg A \\ \hline A \end{array} + \begin{array}{c} A \\ \hline \neg\neg A \end{array}$$

EJEMPLO DE DEDUCCIÓN CON DN

$$p \wedge q \vdash \neg\neg\ \neg\neg\ \neg\neg\ p \wedge q$$

1. $p \wedge q$	Premisa
2. p	EC 1
3. $\neg\neg\ p$	DN 2
4. $\neg\neg\ \neg\neg\ p$	DN 3
5. $\neg\neg\ \neg\neg\ \neg\neg\ p$	DN 4
6. q	EC 1
7. $\neg\neg\ \neg\neg\ \neg\neg\ p \wedge q$	IC 5,6

$$\boxed{\frac{\neg\neg\ A}{A}}$$

$$\boxed{\frac{A}{\neg\neg\ A}}$$

REGLAS DERIVADAS

- Las reglas básicas son suficientes para hacer todos los razonamientos lógicos. Pero cuanto más reglas tengamos, más fácil y rápidamente deducirás.
- Todas las reglas derivadas pueden demostrarse a partir de las reglas básicas. Ejemplo (regla de la identidad):

1. p	Premisa
2. $\neg p$	Hipótesis
3. $p \wedge \neg p$	IC 1, 2
4. $\neg\neg p$	RA 2-3
5. p	DN 4

$$\boxed{\frac{A}{A}}$$

Identidad (Id.)	Conmutación de ∧ e ∨ (Conm.)	Def. de → con ∧	Def. de → con ∨
$\begin{array}{c} A \\ \hline A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \land B \\ \hline\hline B \land A \end{array}$ $\begin{array}{c} A \lor B \\ \hline\hline B \lor A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg(A \land \neg B) \end{array}$	$\begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg A \lor B \end{array}$
De Morgan (DM)		**Def. de ∧ con →**	**Def. de ∧ con ∨**
$\begin{array}{c} \neg(A \land B) \\ \hline\hline \neg A \lor \neg B \end{array}$	$\begin{array}{c} \neg(A \lor B) \\ \hline\hline \neg A \land \neg B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \land B \\ \hline\hline \neg(A \to \neg B) \end{array}$	$\begin{array}{c} A \land B \\ \hline\hline \neg(\neg A \lor \neg B) \end{array}$
Modus tollens (MT)	**Contraposición del →**	**Def. de ∨ con →**	**Def. de ∨ con ∧**
$\begin{array}{c} A \to B \\ \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \to B \\ \hline\hline \neg B \to \neg A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \lor B \\ \hline\hline \neg A \to B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \lor B \\ \hline\hline \neg(\neg A \land \neg B) \end{array}$
Silogismo disyuntivo (SD)		**Silogismo hipotético (SH)**	**Ex contradictione quodlibet (ECQ)**
$\begin{array}{c} A \lor B \\ \neg B \\ \hline A \end{array}$	$\begin{array}{c} A \lor B \\ \neg A \\ \hline B \end{array}$	$\begin{array}{c} A \to B \\ B \to C \\ \hline A \to C \end{array}$	$\begin{array}{c} A \land \neg A \\ \hline B \end{array}$

DE MORGAN (DM)

Premisa:

1. No es martes y 13.

Conclusión:

2. No es martes o no es 13.

$$\frac{\neg(A \land B)}{\neg A \lor \neg B}$$

Premisa:

1. No me llamo Pepe o Paco.

Conclusión:

2. No me llamo Pepe ni me llamo Paco.

$$\frac{\neg(A \lor B)}{\neg A \land \neg B}$$

MODUS (TOLLENDO) TOLLENS (MT)

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow B \\ \neg B \end{array}}{\neg A}$$

Premisa:

1. Si llueve, me quedo en casa.
2. No estoy en casa.

Conclusión:

3. No llueve.

CONTRAPOSICIÓN DE →

$$\frac{A \to B}{\neg B \to \neg A}$$

Premisa:

1. Si llueve, me quedo en casa.

Conclusión:

2. Si no estoy en casa, es que no llueve.

SILOGISMO DISYUNTIVO (SD)

Premisa:

1. Te llamas María o Carmen.
2. No me llamo María.

$$\frac{A \vee B \qquad \neg A}{\neg B}$$

Conclusión:

3. Pues entonces te llamas Carmen.

$$\frac{A \vee B \qquad \neg B}{\neg A}$$

DEFINICIÓN DE → CON ∧

Premisa:

1. Si estudio, entonces apruebo.

Conclusión:

2. Es imposible que yo estudie y no apruebe.

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg(A \wedge \neg B)}$$

DEFINICIÓN DE → CON V

Premisa:

1. Si estudio, entonces apruebo.

Conclusión:

2. O no he estudiado, o he aprobado.

$$\frac{A \rightarrow B}{\neg A \lor B}$$

Piénsalo:

- Si no he estudiado, pueden pasar dos cosas: que suspenda (lo normal), o que apruebe (he tenido suerte, han dado un aprobado general o he copiado). En cualquier caso, no he mentido.
- Si he aprobado, pueden pasar dos cosas: que haya estudiado (eso dice la implicación) o que haya aprobado sin estudiar (suerte, aprobado general o copié). En cualquier caso, digo la verdad.

DEFINICIÓN DE ∧ CON →

Premisa:

1. Me llamo Ana y tengo 16 años.

Conclusión:

2. Es imposible que, si yo me llamo Ana, entonces no tenga 16 años.

$$\frac{A \land B}{\neg(A \rightarrow \neg B)}$$

DEFINICIÓN DE ∧ CON →

$$\frac{A \land B}{\neg(A \to \neg B)}$$

Premisa:

1. Me llamo Ana y tengo 16 años.

Conclusión:

2. Es imposible que, si yo me llamo Ana, entonces no tenga 16 años.

DEFINICIÓN DE ∧ CON V

$$\frac{A \wedge B}{\neg(\neg A \vee \neg B)}$$

Premisa:

1. Me llamo Ana y tengo 16 años.

Conclusión:

2. Es imposible que yo me llame Ana o que yo no tenga 16 años.

DEFINICIÓN DE V CON →

Premisa:

1. O estudio Medicina o Fisioterapia.

Conclusión:

2. Si no estudio Medicina, entonces estudiaré Fisioterapia.

$$\frac{A \vee B}{\neg A \rightarrow B}$$

DEFINICIÓN DE ∨ CON ∧

Premisa:

1. O estudio Medicina o Fisioterapia.

Conclusión:

2. Es imposible que no estudie Medicina ni Fisioterapia.

$$\frac{A \lor B}{\neg(\neg A \land \neg B)}$$

ESTRATEGIA PARA DEDUCIR

No hay reglas para usar las reglas, pero pueden darse los siguientes consejos:

- Si tienes una **conjunción**, elimínala (EC).
- Si tienes una **disyunción**, puede que tengas que usar el silogismo disyuntivo (SD).
- Si tienes una **implicación**, puede que tengas que usar el *modus ponens* o el *modus tollens*.
- Si tienes la **negación de un conjuntor o un disyuntor**, puede que tengas que usar las leyes de Morgan.
- Si tienes que demostrar una implicación, pon como **hipótesis** el antecedente de la implicación (para usar el teorema de la deducción -TD-).
- Si no sabes qué hacer, prueba a poner como **hipótesis** la negación de aquello que quieres demostrar (para usar la reducción al absurdo -RA-).

EJERCICIOS DE CÁLCULO LÓGICO

10 RAZONAMIENTOS PARA DEMOSTRAR

1. Si el mundo es eterno, implica que el alma es inmortal o no es el cerebro. El alma es mortal si es el cerebro. Entonces, si el alma es el cerebro, el mundo no es eterno o Aristóteles nos engañó a todos. (14 pasos – 16 filas).
2. Si Luis no copió en el examen, no infringió sus deberes de lector y no se le suspenderá. Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece, será suspendido. Luis no copió. Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá. (7 pasos – 16 filas).
3. Como el que es menor de edad o está inhabilitado, no se puede presentar a las elecciones, entonces, si uno se puede presentar a las elecciones, ni es menor de edad ni está inhabilitado. (5 pasos – 8 filas).
4. Federico está cansado y no estará en la comisión. Si no está en la comisión entonces es un desinteresado. Si es un desinteresado, la gente no le votará. En consecuencia, o la gente no le votará. (7 pasos – 16 filas).
5. O la lógica es difícil o no le gusta mucho al alumnado. Si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. En consecuencia, si al alumnado le gusta la lógica, es que las matemáticas no son fáciles. (6 pasos – 8 filas).

Demostraremos su validez usando el **cálculo lógico** y por **tablas de verdad**.

6. Si se elevan los precios o los salarios, habrá inflación. Si hay inflación entonces el Congreso debe regularla o el pueblo sufrirá. Si el pueblo sufre, los congresistas se harán impopulares. El Congreso no regulará la inflación y los congresistas no se volverán impopulares. En consecuencia, los salarios no subirán. (7 pasos – 32 filas… no lo haremos por tablas de verdad.)
7. Si aumentan los precios, aumentan los salarios. Los precios aumentan si el gobierno no los controla. Si el gobierno los controla, no hay inflación. Pero hay inflación. En consecuencia, aumentan los salarios. (8 pasos – 16 filas).
8. Cuando un solo proveedor no puede alterar los precios, el mercado es libre. Cuando hay un gran número de proveedores, un solo proveedor no puede alterar los precios. En consecuencia, el mercado es libre o no hay un gran número de proveedores. (12 pasos – 8 filas).
9. Si los averroístas tienen razón, entonces, si el mundo es eterno, no ha sido creado. Si Tomás de Aquino está en lo cierto, entonces, que el mundo ha sido creado no implica que no sea eterno. Pero el mundo no puede ser eterno y no ser eterno a la vez. Por tanto, si el mundo ha sido creado y los averroístas tienen razón, entonces Tomás de Aquino no la tiene. (15 pasos – 16 filas).
10. Quienes tienen templanza, controlan las pasiones. Quienes son prudentes, alcanzan la felicidad. Las personas tienen templanza o son prudentes. En consecuencia, o controlamos las pasiones o somos felices. (12 pasos – 16 filas).

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 1

Si el mundo es eterno, implica que el alma es inmortal o no es el cerebro. El alma es mortal si es el cerebro. Entonces, si el alma es el cerebro, el mundo no es eterno o Aristóteles nos engañó a todos.

FORMALIZACIÓN

p = El mundo es eterno. q = El alma es inmortal. r = El alma es el cerebro. s = Aristóteles nos engañó a todos.

$p \rightarrow (q \vee \neg r),\ r \rightarrow \neg q \vdash r \rightarrow (\neg p \vee s)$

1. $p \rightarrow (q \vee \neg r)$	Premisa	8. p	DN 7
2. $r \rightarrow \neg q$	Premisa	9. $q \vee \neg r$	MP 1, 8
3. r	Hipótesis (TD)	10. q	SD 9, 3
4. $\neg q$	MP 2, 3	11. $q \wedge \neg q$	IC 10, 4
5. $\neg (\neg p \vee s)$	Hipótesis (RA)	12. $\neg\neg(\neg p \vee s)$	RA 4-11
6. $\neg\neg p \wedge \neg s$	DM 5	13. $\neg p \vee s$	DN 12
7. $\neg\neg p$	EC 6	14. $r \rightarrow (\neg p \vee s)$	TD 3-13

RAZONAMIENTO 1: p → (q V ¬r), r → ¬q ⊦ r → (¬p V s) $2^4 = 16$

{[p	→	(q	V	¬r)]	Λ	(r	→	¬q)}	→	[r	→	(¬p	V	s)]
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	0	1	1
1	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0	0
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	1	0	0	1	1	1	1	1	0
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 2

Si Luis no copió en el examen, no infringió sus deberes de lector y no se le suspenderá. Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece, será suspendido. Luis no copió. Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá.

FORMALIZACIÓN

p = Luis copió. q = Infringió sus deberes. r = Aprobará.

s = La opinión de un profesor prevalece.

$\neg p \rightarrow (\neg q \land r), s \rightarrow \neg r, \neg p \vdash \neg s$

1. $\neg p \rightarrow (\neg q \land r)$	Premisa
2. $s \rightarrow \neg r$	Premisa
3. $\neg p$	Premisa
4. $\neg q \land r$	MP 1, 3
5. $\neg q$	EC 4
6. r	EC 4
7. $\neg\neg r$	DN 6
8. $\neg s$	MT 2, 7

Nota: Si no pones el paso 7, también estaría bien. Pero así es más correcto (más fiel a lo que indica la regla MT).

RAZONAMIENTO 2: ¬p → (¬ q ∧ r), s → ¬r, ¬p ⊦ ¬s $2^4 = 16$

{[(¬p	→	(¬q	∧	r))	∧	(s	→	¬r)]	∧	¬p}	→	¬s
0	**1**	0	0	1	**0**	1	**0**	0	0	0	1	0
0	**1**	0	0	1	**1**	0	**1**	0	0	0	1	1
0	**1**	0	0	0	**1**	1	**1**	1	0	0	1	0
0	**1**	0	0	0	**1**	0	**1**	1	0	0	1	1
0	**1**	1	1	1	**0**	1	**0**	0	0	0	1	0
0	**1**	1	1	1	**1**	0	**1**	0	0	0	1	1
0	**1**	1	0	0	**1**	1	**1**	1	0	0	1	0
0	**1**	1	0	0	**1**	0	**1**	1	0	0	1	1
1	**0**	0	0	1	**0**	1	**0**	0	0	1	1	0
1	**0**	0	0	1	**0**	0	**1**	0	0	1	1	1
1	**0**	0	0	0	**0**	1	**1**	1	0	1	1	0
1	**0**	0	0	0	**0**	0	**1**	1	0	1	1	1
1	**1**	1	1	1	**0**	1	**0**	0	0	1	1	0
1	**1**	1	1	1	**1**	0	**1**	0	1	1	1	1
1	**0**	1	0	0	**0**	1	**1**	1	0	1	1	0
1	**0**	1	0	0	**0**	0	**1**	1	0	1	1	1

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 3

Como el que es menor de edad o está inhabilitado, no se puede presentar a las elecciones, entonces, si uno se puede presentar a las elecciones, ni es menor de edad ni está inhabilitado.

FORMALIZACIÓN

p = Es menor de edad. q = Está inhabilitado.

r = Se puede presentar a las elecciones.

$(p \lor q) \rightarrow \neg s \vdash s \rightarrow (\neg p \land \neg q)$

1. $(p \lor q) \rightarrow \neg s$	Premisa	
2. s	Hipótesis (RA)	
3. $\neg\neg s$	DN 2	**Nota:** Si no haces el paso 3, también estaría bien. Pero así es más correcto (más fiel a lo que indica la regla MT).
4. $\neg(p \lor q)$	MT 1, 2	
5. $\neg p \land \neg q$	DM 4	
6. $s \rightarrow (\neg p \land \neg q)$	TD 2-5	

RAZONAMIENTO 3: $(p \vee q) \rightarrow \neg s \vdash s \rightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ $2^3 = 8$

[(p	V	q)	→	¬s)]	→	[s	→	(¬p	Λ	¬q)

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 4

Federico está cansado y no estará en la comisión. Si no está en la comisión entonces es un desinteresado. Si es un desinteresado, la gente no le votará. En consecuencia, o la gente no le votará.

FORMALIZACIÓN

p = Federico está cansado. q = Federico estará en la comisión.
r = Federico es un desinteresado. s = La gente no votará a Federico.

$p \land \neg q, \neg q \rightarrow r, r \rightarrow \neg s \vdash \neg s$

1. $p \land \neg q$	Premisa
2. $\neg q \rightarrow r$	Premisa
3. $r \rightarrow \neg s$	Premisa
4. p	EC 1
5. $\neg q$	EC 1
6. r	MP 2, 5
7. $\neg s$	MP 3, 6

RAZONAMIENTO 4: $p \wedge q, \neg q \rightarrow r, r \rightarrow \neg s \vdash \neg s$ $2^4 = 16$

{[(p	∧	¬q)	∧	(¬q	→	r)]	∧	(r	→	¬s)}	→	¬s
1	**0**	0	0	0	**1**	1	0	1	0	0	1	0
1	**0**	0	0	0	**1**	1	0	1	1	1	1	1
1	**0**	0	0	0	**1**	0	0	0	1	0	1	0
1	**0**	0	0	0	**1**	0	0	0	1	1	1	1
1	**1**	1	1	1	**1**	1	0	1	0	0	1	0
1	**1**	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1	1
1	**1**	1	0	1	**0**	0	0	0	1	0	1	0
1	**1**	1	0	1	**0**	0	0	0	1	1	1	1
0	**0**	0	0	0	**1**	1	0	1	0	0	1	0
0	**0**	0	0	0	**1**	1	0	1	1	1	1	1
0	**0**	0	0	0	**1**	0	0	0	1	0	1	0
0	**0**	0	0	0	**1**	0	0	0	1	1	1	1
0	**0**	1	0	1	**1**	1	0	1	0	0	1	0
0	**0**	1	0	1	**1**	1	0	1	1	1	1	1
0	**0**	1	0	1	**0**	0	0	0	1	0	1	0
0	**0**	1	0	1	**0**	0	0	0	1	1	1	1

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 5

O la lógica es difícil o no le gusta mucho al alumnado. Si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. En consecuencia, si al alumnado le gusta la lógica, es que las matemáticas no son fáciles.

FORMALIZACIÓN

p = La lógica es difícil.   q = Al alumnado le gusta la lógica.

r = Las matemáticas son fáciles.

$p \vee \neg q, r \rightarrow \neg p \vdash q \rightarrow \neg r$

1. $p \vee \neg q$	Premisa
2. $r \rightarrow \neg q$	Premisa
3. q	Hipótesis (TD)
4. $\neg\neg q$	DN 3
5. $\neg r$	SD 2, 4
6. $q \rightarrow \neg r$	TD 3-5

RAZONAMIENTO 5: p V ¬q, r → ¬p ⊦ q → ¬r

$2^3 = 8$

[(p	V	¬q)	Λ	(r	→	¬p)]	→	(q	→	¬r
1	**1**	0	0	1	**0**	0	1	1	0	0
1	**1**	0	1	0	**1**	0	1	1	1	1
1	**1**	1	0	1	**0**	0	1	0	1	0
1	**1**	1	1	0	**1**	0	1	0	1	1
0	**0**	0	0	1	**1**	1	1	1	0	0
0	**0**	0	0	0	**1**	1	1	1	1	1
0	**1**	1	1	1	**1**	1	1	0	1	0
0	**1**	1	1	0	**1**	1	1	0	1	1

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 6

Si se elevan los precios o los salarios, habrá inflación. Si hay inflación entonces el Congreso debe regularla o el pueblo sufrirá. Si el pueblo sufre, los congresistas se harán impopulares. El Congreso no regulará la inflación y los congresistas no se volverán impopulares. En consecuencia, los salarios no subirán.

FORMALIZACIÓN

p = Suben los precios / el pueblo sufrirá.   q = Suben los salarios.

r = Habrá inflación.   s = El Congreso regulará la inflación.

t = Los congresistas se harán impopulares.

$(p \lor q) \rightarrow r,\ r \rightarrow (s \lor p),\ p \rightarrow t,\ \neg s \land \neg t \vdash \neg p$

1. $(p \lor q) \rightarrow r$	Premisa	7. $\neg p$	MT 3, 6
2. $r \rightarrow (s \lor p)$	Premisa		
3. $p \rightarrow t$	Premisa		
4. $\neg s \land \neg t$	Premisa		
5. $\neg s$	EC 4		
6. $\neg t$	EC 4		

$2^5 = 32$ posibilidades lógicas. (Es excesivo. No lo haremos.)

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 7

Si aumentan los precios, aumentan los salarios. Los precios aumentan si el gobierno no los controla. Si el gobierno los controla, no hay inflación. Pero hay inflación. En consecuencia, aumentan los salarios.

FORMALIZACIÓN

p = Suben los precios. q = Suben los salarios.

r = El gobierno controla. s = Hay inflación.

$\mathbf{p \to q, \neg r \to p, r \to \neg s, s \vdash q}$

1. $p \to q$	Premisa	8. q	MP 1, 7
2. $\neg r \to p$	Premisa		
3. $r \to \neg s$	Premisa		
4. s	Premisa		
5. $\neg\neg s$	DN 4		
6. $\neg r$	MT 3, 5		
7. p	MP 2, 6		

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 8

Cuando un solo proveedor no puede alterar los precios, el mercado es totalmente libre. Cuando hay un gran número de proveedores, un solo proveedor no puede alterar los precios. En consecuencia, el mercado es totalmente libre o no hay un gran número de proveedores.

FORMALIZACIÓN

p = Un único proveedor puede alterar los precios.

q = El mercado es totalmente libre.   r = Hay muchos proveedores.

$\neg p \rightarrow q,\ r \rightarrow \neg p \vdash q \vee \neg r$

1. $\neg p \rightarrow q$	Premisa
2. $r \rightarrow \neg p$	Premisa
3. $\neg(q \vee \neg r)$	Hipótesis (RA)
4. $\neg q \wedge \neg\neg r$	DM 3
5. $\neg q$	EC 4
6. $\neg\neg r$	EC 4
7. r	DN 6
8. $\neg p$	MP 2, 7
9. q	MP 1, 8
10. $q \wedge \neg q$	IC 9, 5
11. $\neg\neg(q \vee \neg r)$	RA 3-1
12. $q \vee \neg r$	DN 11

RAZONAMIENTO 8: $\neg p \rightarrow q,\ r \rightarrow \neg p \vdash q \vee \neg r$ $2^3 = 8$

[(¬p	→	q)	∧	(r	→	¬p)]	→	(q	V	¬r)
0	**1**	1	0	1	**0**	0	1	1	1	0
0	**1**	1	1	0	**1**	0	1	1	1	1
0	**1**	0	0	1	**0**	0	1	0	0	0
0	**1**	0	1	0	**1**	0	1	0	1	1
1	**1**	1	1	1	**1**	1	1	1	1	0
1	**1**	1	1	0	**1**	1	1	1	1	1
1	**0**	0	0	1	**1**	1	1	0	0	0
1	**0**	0	0	0	**1**	1	1	0	1	1

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 9

Si los averroístas tienen razón, entonces, si el mundo es eterno, no ha sido creado. Si Tomás de Aquino está en lo cierto, entonces, que el mundo ha sido creado no implica que no sea eterno. Pero el mundo no puede ser eterno y no ser eterno a la vez. Por tanto, si el mundo ha sido creado y los averroístas tienen razón, entonces Tomás de Aquino no la tiene.

FORMALIZACIÓN

p = Los averroístas tienen razón. q = El mundo es eterno.

r = El mundo ha sido creado. s = Tomás de Aquino tiene razón.

p → (q→ ¬r), s → (r→ ¬¬q), ¬(q ∧ ¬q) ⊢ (r ∧ p) → ¬s

1. p → (q→ ¬r)	Premisa
2. s → (r→ ¬¬q)	Premisa
3. ¬(q ∧ ¬q)	Premisa
4. r ∧ p	Hipótesis (TD)
5. r	EC 4
6. p	EC 4
7. q → ¬r	MP 1, 6
8. ¬¬r	DN 5
9. ¬q	MT 7, 8
10. s	Hipótesis (RA)
11. r→ ¬¬q	SD 9, 3
12. ¬¬q	MP 11, 5
13. ¬q ∧ ¬¬q	IC 9-12
14. ¬s	RA 10-13
15. (r ∧ p) → ¬s	TD 4-14

2^4 = 16 posibilidades lógicas.

RAZONAMIENTO 9: p → (q→ ¬r), s → (r→ ¬¬q), ¬(q ∧ ¬q) ⊢ (r ∧ p) → ¬s

{{[p	→	(q	→	¬r)]	∧	[s	→	(r	→	¬¬q)]}	∧	¬	(q	∧	¬q)}	→	[(r	∧	p)	→	¬s
1	0	1	0	0	**0**	1	1	1	1	1	0	**1**	1	0	0	**1**	1	1	1	0	0
1	0	1	0	0	**0**	0	1	1	1	1	0	**1**	1	0	0	**1**	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	**1**	1	1	0	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	0	0	1	1	0
1	1	1	1	1	**1**	0	1	0	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	**0**	1	0	1	0	0	0	**1**	0	0	1	**1**	1	1	1	0	0
1	1	0	1	0	**1**	0	1	1	0	0	1	**1**	0	0	1	**1**	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	**1**	1	1	0	1	0	1	**1**	0	0	1	**1**	0	0	1	1	0
1	1	0	1	1	**1**	0	1	0	1	0	1	**1**	0	0	1	**1**	0	0	1	1	1
0	1	1	0	0	**1**	1	1	1	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	**1**	0	1	1	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	**1**	1	1	0	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	0	0	0	1	0
0	1	1	1	1	**1**	0	1	0	1	1	1	**1**	1	0	0	**1**	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	**1**	1	0	1	0	0	1	**1**	0	0	1	**1**	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	**1**	0	1	1	0	0	1	**1**	0	0	1	**1**	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	**1**	1	1	0	1	0	1	**1**	0	0	1	**1**	0	0	0	1	0
0	1	0	1	1	**1**	0	1	0	1	0	1	**1**	0	0	1	**1**	0	0	0	1	1

SOLUCIÓN AL RAZONAMIENTO 10

Quienes tienen templanza, controlan las pasiones. Quienes son prudentes, alcanzan la felicidad. Las personas tienen templanza o son prudentes. En consecuencia, o controlamos las pasiones o somos felices.

FORMALIZACIÓN

p = Tienen templanza. q = Controlan las pasiones.

r = Son prudentes. s = Son felices.

$p \rightarrow r, q \rightarrow s, p \vee q \vdash r \vee s$

1. $p \rightarrow \neg r$	Premisa
2. $q \rightarrow s$	Premisa
3. $p \vee q$	Premisa
4. p	Hipótesis (TD)
5. r	MP 1, 4
6. $r \vee s$	ID 5
7. $p \rightarrow (r \vee s)$	TD 4-6
8. q	Hipótesis (TD)
9. s	MP 2,8
10. $r \vee s$	ID 9
11. $q \rightarrow (r \vee s)$	TD 8-10
12. $r \vee s$	Casos 3, 7, 11

Casos

3. $A \vee B$
7. $A \rightarrow C$
11. $\underline{B \rightarrow C}$
12. C

RAZONAMIENTO 10: p → r, q → s, p V q ⊦ r V s $2^4 = 16$

{[(p	→	r)	Λ	(q	→	s)]	Λ	(p	V	q)}	→	(r	V	s)
1	**1**	1	1	1	**1**	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	**1**	1	0	1	**0**	0	0	1	1	1	1	1	1	0
1	**0**	0	0	1	**1**	1	0	1	1	1	1	0	1	1
1	**0**	0	0	1	**0**	0	0	1	1	1	1	0	0	0
1	**1**	1	1	0	**1**	1	1	1	1	0	1	1	1	1
1	**1**	1	1	0	**1**	0	1	1	1	0	1	1	1	0
1	**0**	0	0	0	**1**	1	0	1	1	0	1	0	1	1
1	**0**	0	0	0	**1**	0	0	1	1	0	1	0	0	0
0	**1**	1	1	1	**1**	1	1	0	1	1	1	1	1	1
0	**1**	1	0	1	**0**	0	0	0	1	1	1	1	1	0
0	**1**	0	1	1	**1**	1	1	0	1	1	1	0	1	1
0	**1**	0	0	1	**0**	0	0	0	1	1	1	0	0	0
0	**1**	1	1	0	**1**	1	0	0	0	0	1	1	1	1
0	**1**	1	1	0	**1**	0	0	0	0	0	1	1	1	0
0	**1**	0	1	0	**1**	1	0	0	0	0	1	0	1	1
0	**1**	0	1	0	**1**	0	0	0	0	0	1	0	0	0