

Fuentes utilizadas para realizar esta presentación:

-Web de Fernando Martínez Manrique, profesor de Filosofía de la Universidad de Granada:

<http://www.ugr.es/~fmmanriq/l1.htm>.

-Entradas de la Wikipedia: falacia; lógica de segundo orden; lógica de primer orden; lógica informal; pensamiento lateral; razonamiento circular; tablas de verdad; lógica polivalente.

- <http://sapiens.ya.com/giraldosofia/logicainformal.htm>

- Libro de texto Filosofía 1ºBachillerato, editorial Oxford Educación.

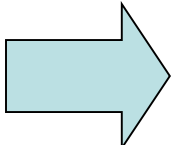
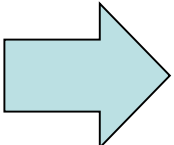
ÍNDICE

1. ¿Qué es la lógica?	2
2. Lógica informal y falacias	6
3. Lógica formal	22
3.1. Tablas de verdad	26
3.2. Cálculo deductivo	58

1.- ¿QUÉ ES LA LÓGICA?

- Puede definirse como la teoría que estudia las **condiciones del razonamiento formalmente válido o correcto**.
- Su estudio fue iniciado por Aristóteles e impulsado en los siglos XIX y XX por Frege, Russell y Whitehead que hicieron de ella una disciplina independiente: la lógica formal o lógica matemática.
- La lógica, al igual que las matemáticas, es una **ciencia formal**; es decir, se interesa por la validez (la forma) o la **estructura** de los razonamientos, no por la verdad (o el contenido) de lo que en ellos se afirma.

Ejemplo de RAZONAMIENTO, ARGUMENTO O INFERENCIA

- Todos los hombres son mortales.  PREMISAS
- Sócrates es un hombre.
- Por tanto, Sócrates es mortal.  CONCLUSIÓN

Premisa + conclusión = Inferencia

La conclusión “se sigue de” o “es consecuencia de” las premisas.

Esto sucede porque la conclusión está contenida, de algún modo, en las premisas.

¿Para qué sirve la lógica?

La lógica sirve para investigar cómo se produce el razonamiento, lo cual puede aplicarse a muchas finalidades prácticas como, por ejemplo:

1. Para mejorar nuestra **capacidad analítica**, o sea, para pensar mejor y resolver problemas.
2. Para **evitar** malentendidos, imprecisiones, incoherencias, dobles sentidos, confusiones, etcétera, bien sean involuntarios o bien con la intención de manipularnos o engañarnos.
3. Para crear **inteligencia artificial**:
 - Los circuitos lógicos de la electrónica se basan en la lógica.
 - Los programas informáticos tienen una estructura lógica.

La lógica tiene dos ramas fundamentales

- La **lógica formal**, que estudia los argumentos de una forma técnica, esto es, construyendo lenguajes artificiales o formales.
- La **lógica informal**, que estudia los argumentos, tal como se presentan en la vida diaria.

En ambos casos, no se trata de averiguar nada sobre la realidad, sino de **investigar si nuestros argumentos son correctos o incorrectos**, independientemente de que nuestras ideas sean verdaderas o falsas.

2.- LÓGICA INFORMAL (Y LAS FALACIAS)

- Podemos relacionar con esta disciplina “artes” clásicas tales como:
 - LA **RETÓRICA**: Arte de la persuasión.
 - LA **ORATORIA**: Arte de hablar en público.
 - LA **DIALÉCTICA**: Arte de conversar y discutir.
- Estudia la argumentación en el lenguaje cotidiano u ordinario; aquí destacamos el estudio de las **falacias**.

- Las **FALACIAS** son argumentos no válidos pero con apariencia de validez.
- A veces, se cometen *por error*. Otras veces se utilizan de forma interesada *para manipular* a aquellos a quienes se dirige el discurso.
- La lógica informal sirve para identificar las más usadas en el lenguaje cotidiano.

Veamos algunas de ellas:

Vamos a ver solo 12. En la Wikipedia puedes ver muchas más.

Ad hominem

- Argumentamos aludiendo a un atributo físico, una característica moral o una condición personal del interlocutor, usándolo como razón para desacreditarlo.
- Por ejemplo: “No puede ser un buen Presidente porque ha demostrado ser un mal esposo.”



Tu quoque

- Se trata de argumentar saliendo de la cuestión con un “tú también lo hiciste” o “tú más”, intentado descalificar así al interlocutor.
- Ejemplo: “¡Vaya! Habló el que nunca ha roto un plato.”



Ad ignorantiam

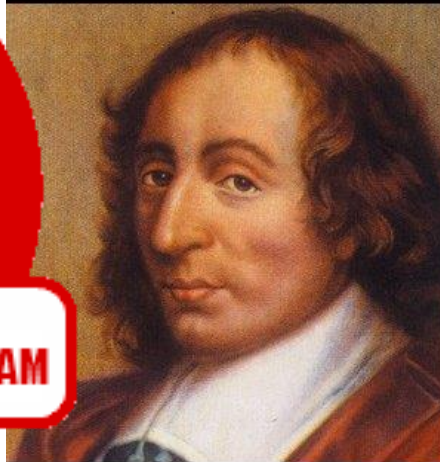
- Argumentamos usando a propósito información que el interlocutor desconoce:
- Ejemplo: “Dios existe porque nadie ha podido demostrar lo contrario.”

Yo tengo razón
porque nadie
sabe la respuesta



FALACIA

ARGUMENTUM AD IGNORANTIAM



Prefiero equivocarme creyendo en un Dios que no existe, que equivocarme no creyendo en un Dios que existe. Porque si después no hay nada, evidentemente nunca lo sabré, cuando me hunda en la nada eterna; pero si hay algo, si hay Alguien, tendré que dar cuenta de mi actitud de rechazo.

—Blaise Pascal

Ad populum

- Se argumenta apelando a una supuesta opinión de la gente en general.
- No debe confundirse con la **demagogia**, que consiste en decir usar argumentos dirigidos a la pasión, los apetitos o los deseos y no a la razón.
- Ejemplo: “Es buen músico porque tiene millones de fans.”



Demagogia:



Falacia de la causa falsa (*post hoc ergo propter hoc*)

- Se comete cuando argumentamos basándonos en supersticiones o atribuyendo como causa de algo lo que lo ha precedido, sin que haya una conexión probada.
- Ejemplo: “Me puse la vacuna y cogí el virus. Por tanto, la vacuna me provocó la enfermedad”.



Ad baculum

- Argumentamos apoyándonos en una posición de poder y usándola como argumento implícita o explícitamente. Recurre a la amenaza.
- Ejemplo: “Matar está mal porque, si lo haces, irás a la cárcel.”



Ad verecundiam

- Argumentamos apoyándonos en el prestigio de alguien importante o famoso.
- Ejemplo: “Todos los días me tomo unos vinos porque Antonio Banderas dijo por la tele que el vino es bueno para la salud.”



"Isaac Newton era un científico genial y creía en Dios.



De la tradición

- Argumentamos apelando a que algo ha sido siempre así y eso lo convierte en bueno, recomendable, conveniente o en verdadero.
- Ejemplo: “No se puede prohibir los toros porque es la fiesta nacional española.”



Falacia del énfasis

- Se da cuando en un enunciado se enfatiza tanto algo (o tan poco), que la afirmación resulta ambigua o inexacta. Es habitual en titulares y publicidad.
- Ejemplo: “¡Me caso! Siempre que pueda ahorrar lo suficiente para pagar una hipoteca.”



No te preocupes

tanto por la vida, al fin y al cabo, no vas a salir vivo de ella.

Ad misericordiam

- Se trata de que nuestro razonamiento se basa en la aceptación de conclusiones derivadas de la piedad o la misericordia en contextos exagerados.
- Ejemplo: Un etarra solicita que libertad para cuidar de su anciana madre.



Razonamiento circular

(petitio principii)

- Consiste en afirmar aquello que se debe demostrar. Se comete cuando la conclusión es también la premisa inicial; cayendo así en un círculo vicioso.
- Ejemplo: “El tabaco engancha porque es adictivo.”



Pregunta compleja

- Se comete cuando queremos dar una sola respuesta a una pregunta múltiple o a situaciones que involucren más de una pregunta.
- Ejemplo:
 - “¿Ha conseguido usted cometer fraude este año en su declaración de la renta como siempre?”
 - “...”



- La lógica informal también se relaciona con la capacidad de encontrar soluciones nuevas y creativas a problemas. A este modo de pensar se le denomina **PENSAMIENTO LATERAL**.
- Pensar de este modo supone ver los problemas desde nuevas perspectivas y ser “ingeniosos”. Ejemplos serían los ACERTIJOS como estos:
¿Cuánta tierra hay en un hoyo de un metro de largo por un metro de ancho y un metro de profundidad? O
¿Puedes cortar un pastel en 8 trozos iguales con solo 3 cortes?
- Seguro que conoces algún otro ejemplo...

EJERCICIO DE FALACIAS:

1. Ha dejado de llover porque el arco iris al salir detuvo la lluvia.
2. Los ecologistas dicen que consumimos demasiada carne; pero no les hagas caso porque son unos radicales.
3. No vengas a trabajar a la tienda con ese pendiente; recuerda que quien paga, manda.
4. Según el alcalde, lo mejor para la salud de los ciudadanos es asfaltar todas las plazas de la ciudad.
5. Tenemos que frenar la inmigración. ¿Qué harán nuestros hijos si los extranjeros nos roban el trabajo y el pan?
6. Nadie puede probar que no haya una influencia de los astros en nuestra vida; por lo tanto, las predicciones de la astrología son verdaderas.
7. ¿Has dejado ya de molestar a tus vecinos?
8. ¿Cómo puede decir que la pelota estaba fuera? Si estaba tan cerca..., y además voy perdiendo por diez puntos a dos.
9. Dices que yo no debería beber, pero tú no has estado sobrio ni un solo día en la última semana.
10. Sería ilegal si ofreciéramos... ¡CERVEZA GRATIS!

3.- LÓGICA FORMAL

- La **lógica formal** estudia los argumentos (también llamados “razonamientos” o “inferencias”) de una forma técnica, esto es, construyendo **lenguajes artificiales**.
- “**FORMALIZAR**”.es *traducir* un argumento al lenguaje formal de la lógica.
- El nivel más simple de **formalización** es la **LÓGICA PROPOSICIONAL o DE ENUNCIADOS**: en ella se analizan las partículas que conectan (**conectivas lógicas**) proposiciones o enunciados: Y, O, NO, SI... ENTONCES. En cambio, los enunciados en sí mismos no se analizan, es decir, no se descomponen en sujeto y predicado.

- Un nivel superior de formalización sería la **LÓGICA DE PREDICADOS**, que distingue entre el sujeto y el predicado de los enunciados y que incluye, además de las conectivas lógicas, **cuantificadores** del sujeto (todos, algunos, ninguno) y **predicados** (P, Q, R...).

Ejemplo de lógica de predicados: $\exists x P_x \rightarrow Q_x$

- Existen **otros tipos**: lógica modal, lógica polivalente, etc.
- Los lenguajes lógicos son investigados por disciplinas denominadas **metalógica** y **metamatemática**, ésta intenta **fundamentar las matemáticas desde la lógica**.

LÓGICA PROPOSICIONAL O DE ENUNCIADOS

Una **PROPOSICIÓN** o **ENUNCIADO** es una oración que afirma o niega algo sobre el mundo y que puede ser **verdadera o falsa**.

Ejemplos de enunciados:

1. Llueve.
2. Yo soy Pepe.
3. Barbate es la capital de España.
4. El universo es una sucesión infinita de transmigraciones que pululan sin cesar de un lado a otro como si fueran antorchas en una ceremonia antigua.

No confundas: una cosa son las **proposiciones** (enunciados lógicos) y otra muy distinta las **preposiciones** (a, ante, bajo, cabe, con, contra...).

No son enunciados, pues ni afirman ni niegan nada, **ni las preguntas ni las exclamaciones**, ni ninguna oración a la que no tenga un valor de verdad.

NO SON enunciados:

1. Hola.
2. ¿Sabes qué hora es?
3. ¡Viva la madre que te parió!

Para **formalizar** los enunciados, utilizaremos las siguientes letras minúsculas: p, q, r, s, t, u, v, w, m, n, o.

(La x, y, z están reservadas para las matemáticas: representan incógnitas.)

3.1. TABLAS DE VERDAD

Los enunciados atómicos son **verdaderos** (“V” o “1”) o **falsos** (“F” o “0”), y no hay una *tercera posibilidad**.

p		p
1	=	V
0		F

* A esto se le conoce como “**principio de tercero excluido**” o también, “**principio de bivalencia**”. La lógica resultante de la aplicación de estos principios es una lógica “binaria”, de unos y ceros, muy apropiada para el lenguaje de computación.

A los **enunciados moleculares** les pasa lo mismo: solo pueden ser **verdaderos** o **falsos**. Sin embargo, las **POSIBILIDADES LÓGICAS** se multiplican por 2, por 4, por 8, por 16, por 32, por 64, por 128, por 256, por 512, por 1024... depende de cuántos enunciados haya...

¿No te recuerdan esos números a la informática? ... ¡Con razón! La informática está basada en un lenguaje binario de unos y ceros.

Para saber cuántas posibilidades lógicas hay, calcula 2^n donde “n” es el número de enunciados.

Esto sucede cuando tenemos 2 enunciados:

- a) Puede que los dos sean verdaderos A LA VEZ.
- b) O que los dos sean falsos A LA VEZ.
- c) O que uno sea verdadero y el otro falso.
- d) O que uno sea falso y el otro verdadero.

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

p	q	r	s
1	1	1	1
1	1	1	0
1	1	0	1
1	1	0	0
1	0	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1
1	0	0	0
0	1	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
0	1	0	0
0	0	1	1
0	0	1	0
0	0	0	1
0	0	0	0

- Con cuatro variables, las posibilidades son $2^4 = 16$
- Para no liarte:
 - El valor de verdad de “s” (del último) va alternando **de uno en uno**.
 - El de “r”, **de dos en dos**.
 - El de “q”, **de cuatro en cuatro**.
 - El de “p”, **de ocho en ocho**.
- Otro modo de decirlo:
 - p = 8 unos, 8 ceros.
 - q = 4 unos, 4 ceros, 4 unos, 4 ceros.
 - R = 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros, 2 unos, 2 ceros.
 - S = 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero, 1 uno, 1 cero... así hasta 16.

Conectivas lógicas

Los enunciados simples (“**atómicos**”) pueden relacionarse unos con otros a través de las **conectivas** para formar nuevos enunciados más complejos (“**moleculares**”).

Cada conectiva expresa una **relación distinta** entre los elementos conectados e impone unas **condiciones distintas para que el conjunto sea verdadero o falso**.

Esto es muy fácil de entender a través de un ejemplo...

1. *Eres prudente y feliz.*
2. *Eres prudente o feliz.*
3. ***Si** fueras prudente, **entonces** serías feliz.*

¿Qué frases serían verdad si fueras prudente y feliz? ... TODAS.

¿Y si fueras prudente e infeliz?

¿Y si fueras imprudente y feliz?

¿Y si fueras imprudente e infeliz?

Aviso: cuidado con las dos del final. Muchos fallan en esas.

EL NEGADOR = $\neg$

La negación de una proposición no es una “conectiva”, pues propiamente no “conecta” nada, pero forma parte de la sintaxis lógica.

Ejemplo: *No me llamo Javier.*

- **Formalización:** $p = \text{Me llamo Javier.}$
- **Enunciado en lenguaje formal:** $\neg p$

Expresiones equivalentes:

- NO ES EL CASO QUE me llame Javier.
- NO OCURRE QUE me llame Javier.
- NO ES CIERTO QUE me llame Javier.
- ES IMPOSIBLE QUE me llame Javier.
- ES FALSO QUE me llame Javier.

Tabla de verdad del negador

- Si p es verdadero, la **negación de p** es falsa.
- Si p es falso, la **negación de p** será verdad.

p	$\neg p$	$\neg \neg p$
1	0	1
0	1	0

- Podemos encontrar dobles negaciones, triples, etc.
- La **dobles negación** equivale a una afirmación y la triple a una negación (vamos, como en Matemáticas).

EL CONJUNTOR: $\wedge$

Se utiliza para expresar que dos proposiciones son verdaderas a la vez.

Ejemplo: *Bob habla y Patricio duerme.*

- **Formalización:** $p = \text{Bob habla.}$ $q = \text{Patricio duerme.}$
- **Enunciado en lenguaje formal:** $p \wedge q$

Expresiones equivalentes:

- Bob habla Y Patricio duerme.
- Bob habla, PERO Patricio duerme.
- Bob habla AUNQUE Patricio duerme.
- Bob habla, SIN EMBARGO, Patricio duerme.
- Bob habla ADEMÁS Patricio duerme.
- Bob habla, NO OBSTANTE, Patricio duerme.
- Bob habla, Patricio duerme.

Tabla de verdad del conjuntor

- La conjunción de dos enunciados es verdadera cuando ambos son verdaderos. En el resto de los casos, es falsa.

p	$\wedge$	q
1	1	1
1	0	0
0	0	1
0	0	0

EL DISYUNTOR: $\vee$

Se utiliza en las DISYUNCIONES **INCLUSIVAS**.

Ejemplo: “*Cenaré queso o cenaré jamón*” (o los dos).

- **Formalización:** $p = \text{Cenaré queso.}$ $q = \text{Cenaré jamón.}$
- **Enunciado en lenguaje formal:** $p \vee q$

Para las disyunciones **exclusivas** existe otro símbolo: $\underline{\vee}$ (igual, pero subrayado). **Nosotros no lo usaremos.**

Expresiones equivalentes:

- O Cenaré queso, O cenaré jamón.
- O BIEN cenaré queso O BIEN cenaré jamón.
- Cenaré queso O (cenaré) jamón.

Tabla de verdad del disyuntor

La disyunción es verdadera cuando al menos uno de los enunciados que conecta es verdadero.

p	$\vee$	q
1	1	1
1	1	0
0	1	1
0	0	0

EL IMPLICADOR o CONDICIONAL : $\rightarrow$

Se utiliza en las relaciones condicionales entre un **antecedente** (sucede antes) y un **consecuente** (sucede después como consecuencia).

Este signo expresa que el antecedente es **condición suficiente, pero no necesaria** (puede haber otras), para que se dé el consecuente.

Ejemplo: Si fumas, perjudicas tu salud.

- **Formalización:** $p = \text{Fumas.}$ $q = \text{Perjudicas tu salud.}$
- **Enunciado en lenguaje formal:** $p \rightarrow q$

Existe otro símbolo, la doble implicación ($\leftrightarrow$): en este caso, el antecedente sí es condición necesaria para que se dé el consecuente.

Nosotros no lo usaremos.

Expresiones equivalentes a $\rightarrow$ (SI... ENTONCES)

- SI fumas, (ENTONCES) perjudicas tu salud.
- Fumas, LUEGO perjudicas tu salud.
- Que fumes IMPLICA QUE perjudicas tu salud.
- CUANDO fumas, perjudicas tu salud.
- Fumas, POR TANTO perjudicas tu salud.
- SIEMPRE QUE fumas, perjudicas tu salud.
- EN CASO DE QUE fumes, perjudicas tu salud.
- Fumar ES SUFICIENTE PARA perjudicar tu salud.
- También otras como: “...EN CONSECUENCIA...”, “...SE DEMUESTRA...”, “...SE DEDUCE...”, “...SE DERIVA...”, “...SE INFIERE...”, ETC.

Tablas de verdad del implicador

Un implicador solo es falso cuando el **antecedente** (lo que sucede primero) es verdadero y el **consecuente** (lo que pasa después) es falso:

p	$\rightarrow$	q
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0

El implicador establece siempre una HIPÓTESIS: si *pasara* esto (*hipótesis*), *pasaría* lo otro. Por tanto, la implicación es cierta aunque ninguno de los dos enunciados sea verdadero.

Símbolos auxiliares: paréntesis, corchetes y llaves

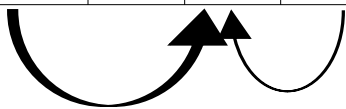
- La conjunción, disyunción y implicación son conectivas **DIÁDICAS**, es decir, conectan enunciados (atómicos o moleculares) DE DOS EN DOS.
- La negación es **MONÁDICA**: solo afecta al enunciado (atómico o molecular) que le sigue.
- Para que quede siempre claro qué está conectado con qué, utiliza los paréntesis, corchetes y llaves, como en matemáticas.
- Ejemplo de lo que **NO debes hacer**: $p \vee q \wedge r \dots$ (es **ambiguo** y, por tanto, **equívoco**).

¿Cómo hacer tablas de verdad?

1. Haz la tabla de verdad de los enunciados atómicos: p , q , r ...
2. Haz la tabla de verdad de las negaciones de los enunciados atómicos: $\neg p$, $\neg q$, $\neg r$...
3. Haz la tabla de verdad de los paréntesis, corchetes y llaves, de dentro a fuera, de los internos a los externos.
4. La última tabla que hagas es la tabla de verdad de todo el enunciado molecular. (La última tabla es la tabla de la conectiva principal).

- Veamos primero casos sencillos con sólo dos constantes proposicionales: p , q .

$\neg$	p	$\wedge$	q
0	1	0	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0



Primero hacemos la tabla de p y q . Luego la tabla de la negación de p . Luego la de la conjunción.

La tabla de verdad viene dada por la conectiva dominante $\wedge$ que une $\neg p$ y q .

$\neg$	p	$\wedge$	q
0	1	0	1
0	1	0	0
1	0	1	1
1	0	0	0

$\neg$	(p	$\wedge$	q)
0	1	1	1
1	1	0	0
1	0	0	1
1	0	0	0

Compara el ejemplo anterior (izquierda) con el nuevo (derecha). Fíjate cómo ha cambiado el enunciado al introducir **paréntesis**: antes, la conectiva dominante era la conjunción; ahora es la negación.

La **conectiva dominante** es la última columna que se resuelve (está señalada en rojo).

Hallar la tabla de: $(p \wedge q) \vee (\neg p \rightarrow q)$

Debemos ir resolviendo el enunciado molecular “de dentro hacia fuera”.

- Primero, hacemos la tabla de los enunciados atómicos con negador.
- Después, hacemos la tabla de las conectivas de los paréntesis.
- Por último, hacemos la tabla del disyuntor. Para ello, nos fijaremos en las tablas de las conectivas de los paréntesis.

$(p \wedge q)$			$\vee$	$(\neg p \rightarrow q)$			
1	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	0

La columna resultante es la tabla de verdad de nuestro enunciado molecular.

Tablas de verdad con 3 enunciados

$(p \wedge q)$			$\rightarrow$	$\neg$	$(r \vee \neg q)$		
1	1				1	0	1
1	1				0	0	1
1	0				1	1	0
1	0				0	1	0
0	1				1	0	1
0	1				0	0	1
0	0				1	1	0
0	0				0	1	0

Primero hacemos la tabla de los enunciados atómicos y de sus negaciones (NO aún los negadores que afectan a un paréntesis).

$(p \wedge q)$			$\rightarrow$	$\neg$	$(r \vee \neg q)$			
1	1	1		0	1	1	0	1
1	1	1		1	0	0	0	1
1	0	0		0	1	1	1	0
1	0	0		0	0	1	1	0
0	0	1		0	1	1	0	1
0	0	1		1	0	0	0	1
0	0	0		0	1	1	1	0
0	0	0		0	0	1	1	0

Luego las conectivas dentro de los paréntesis.
Y luego la negación del segundo paréntesis.

$(p \wedge q)$			$\rightarrow$	$\neg$	$(r \vee \neg q)$			
1	1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	1
1	0	0	1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0	0	0	1
0	0	0	1	0	1	1	1	0
0	0	0	1	0	0	1	1	0

Finalmente hacemos la tabla de la conectiva dominante.

Ésta nos dará el resultado de la fórmula: es una INDETERMINACIÓN (a veces es verdad y a veces no).

Según cómo resulte la tabla de verdad de los enunciados, podemos clasificarlos en:

- **TAUTOLOGÍAS:** siempre verdadero.
- **CONTRADICCIONES:** siempre falso.
- **INDETERMINACIONES:** verdadero o falso según qué casos.

TAUTOLOGÍA:

Como hemos señalado, un enunciado que siempre da como resultado en la tabla de verdad **1** (o **V**) es una **tautología o ley lógica**, es decir, es **formalmente válida** (válida en virtud de su forma).

$p \rightarrow p$		
1	1	1
0	1	0

$p \rightarrow (q \rightarrow p)$				
1	1	1	1	1
1	1	0	1	1
0	1	1	0	0
0	1	0	1	0

$p \rightarrow (\neg p \rightarrow q)$					
1	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	0	0

CONTRADICCIÓN:

Es un enunciado que siempre es falso en virtud de su forma, es decir, que es **formalmente falso**.

p	$\wedge$	$\neg$	p
1	0	0	1
0	0	1	0

q	$\wedge$	$\neg$	(p	$\vee$	q)
1	0	0	1	1	1
0	0	0	1	1	0
1	0	0	0	1	1
0	0	1	0	0	0

La negación de una contradicción siempre será una tautología, y la negación de una tautología será una contradicción.

INDETERMINACIÓN:

Es un tipo de enunciado que a veces resulta verdadero y a veces no, dependiendo de las condiciones que se den. También se llaman **enunciados meramente satisfactibles** o **contingencias**.

p	(p $\vee$ q) $\rightarrow$ q)					p	$\rightarrow$	(p $\rightarrow$ $\neg$ q)			
1	1	1	1	1	1	1	0	1	0	0	1
0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	1	0
	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1
	0	0	0	1	0	0	1	0	1	1	0

¡PIENSA POR TI MISMO/A!

Sin hacer tablas de verdad, RAZONA (USA LA LÓGICA QUE HAY EN TU MENTE) para saber qué son: ¿tautologías, contradicciones o indeterminaciones?

1. $p \rightarrow p$
2. p
3. $p \wedge \neg p$
4. $p \vee \neg p$
5. $p \vee q$
6. $(p \wedge q) \rightarrow \neg p$
7. $\neg (p \wedge \neg p)$
8. $p \wedge p$
9. $[(p \vee q) \wedge \neg p] \rightarrow \neg q$
10. $(p \wedge \neg p) \rightarrow q$
11. $(p \wedge p) \rightarrow q$
12. $\neg[p \rightarrow (p \vee q)]$

EJERCICIOS: formalización y tabla de verdad

- 1) En el caso de que venga Pepa, vendrán Juan y Ana.
- 2) Si hay guerra, no crecerá el paro ni la inflación.
- 3) O Juan debe declarar y ser sincero, o no debe declarar.
- 4) María se irá al Caribe si le toca la lotería y no es temporada de huracanes.
- 5) El Hombre Lobo es un invento, y si ocurre lo mismo con Papá Noel, entonces los niños son vilmente engañados.
- 6) Cuando la bolsa baja mucho, entonces es conveniente comprar; y cuando la bolsa sube mucho, también es conveniente comprar.
- 7) Aumentará la inflación y disminuirá el paro, si cambia la situación actual.
- 8) Si el aumento de la inflación implica la disminución del nivel de riqueza, entonces, si no disminuye el nivel de riqueza, no aumentará la inflación.

Nota: La coma de la frase nº7 es fundamental.

Evaluar la validez de los razonamientos con el método de tablas de verdad.

- En un razonamiento válido, la conclusión se sigue de las premisas, es decir, que **no es posible que las premisas sean verdaderas y la conclusión falsa.**

Si lo piensas un poco, esto significa que **un razonamiento es como una implicación**: solo es falsa cuando el antecedente es verdad y el consecuente es falso.

- Cuando un razonamiento es válido, decimos que la conclusión es **consecuencia lógica** de las premisas.
- El signo de consecuencia lógica es “ $\vdash$ ” Las premisas se ponen antes, unidas con comas, y la conclusión después:

$$p, q \vdash p \wedge q$$

Para evaluar la validez de un razonamiento, construimos una implicación en la que el **antecedente** será la conjunción de las premisas y el **consecuente** será la conclusión del razonamiento.

$$\{\text{Premisa1} \wedge \text{Premisa2} \wedge \dots\} \rightarrow \text{Conclusión}$$

SI son ciertas estas premisas,
ENTONCES tiene que ser cierta esta conclusión.

Por tanto, si la tabla de la implicación es una **tautología**, entonces **el razonamiento ES CORRECTO**.

En cambio, basta con que salga un cero para afirmar que el razonamiento no es correcto.

Comprobar si el siguiente argumento es válido:

*Una condición necesaria para que la humanidad sea libre es que los seres humanos no estén ligados a una esencia. Si Dios creó a los humanos, entonces estamos ligados a una esencia. Claramente, los humanos somos libres. **Por tanto**, Dios no creó a los humanos.*

1º) Identificar y traducir:

p: Los humanos son libres.

q: Los humanos están ligados a una esencia.

r: Dios creó a los humanos.

$(p \rightarrow \neg q), (r \rightarrow q), p \vdash \neg r$

2º) Construir la fórmula condicional:

$[(p \rightarrow \neg q) \wedge (r \rightarrow q) \wedge p] \rightarrow \neg r$

3º Hacer la tabla de verdad:

{[(p → ¬ q) ∧ (r → q)] ∧ p}									→	¬	r	
1	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1	1	0	1	1	1	0
1	1	1	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	0

4º Establecer la conclusión:

El enunciado **ES TAUTOLÓGICO**.

Por tanto, el argumento es VÁLIDO

3.2. CÁLCULO DEDUCTIVO

- En una deducción o *inferencia lógica*, progresamos a partir de la información conocida, las **premisas**, hasta alcanzar cierta información, la **conclusión**.
- **Cada paso que damos** es 100% seguro: cada nueva información es *consecuencia lógica* de las anteriores.
- Para no perdernos en una cadena deductiva, es fundamental NUMERAR cada paso que demos.
- Para *deducir o inferir* un enunciado a partir de los anteriores, usamos **REGLAS** de inferencia. Las reglas son **maneras correctas de razonar**, de inferir unos enunciados a partir de otros.
- Hay muchas maneras correctas de razonar, muchas reglas, pero en principio nos bastan solo ocho: una para introducir cada conectiva y otra para eliminarla. A estas ocho se les conoce como las **REGLAS BÁSICAS**. (Podrás tenerlas a mano en el examen.)

Reglas de inferencia básicas

- Usamos los “A, B,C” como **variables metalingüísticas**:
sustituyen cualquier enunciado, sea este atómico o molecular.

Introducción del conjuntor o *producto* lógico: IC

Con estas dos premisas:

1. El asesino es zurdo.
2. El asesino calza un 45.

$$\begin{array}{c} A \\ B \\ \hline A \wedge B \end{array}$$

Es lógico llegar a esta conclusión:

3. El asesino es zurdo Y calza un 45.

* En una deducción, cada paso deductivo se debe numerar.

Ejemplo de deducción con IC:

$$p, q, r, s \vdash q \wedge s$$

“ $\vdash$ ” es el símbolo de la **deducción lógica**. Lo que va antes son las premisas, separadas por comas. Lo que va después es la conclusión.

1. p	Premisa	A (= q)
2. q	Premisa	B (= s)
3. r	Premisa	
4. s	Premisa	—————
5. q $\wedge$ s	IC 2, 4	A $\wedge$ B (= q $\wedge$ s)

La línea 5 es una deducción hecha con la regla de **introducción de la conjunción** entre la línea 2 y la línea 4.

(ES **EVIDENTE**: Si es verdad q y es verdad s, entonces es verdad q $\wedge$ s).

Eliminación del conjuntor o *simplificación*: EC

Premisa:

1. El asesino es bizco y usa bombín.

Conclusiones:

2. El asesino es bizco.

3. El asesino usa bombín.

$$A \wedge B$$
$$A$$
$$A \wedge B$$
$$B$$

Ejemplo de deducción con EC:

$$[(p \wedge q) \wedge r] \wedge s \vdash q$$

Esta vez solo tenemos una premisa.

1. $[(p \wedge q) \wedge r] \wedge s$	Premisa
2. $(p \wedge q) \wedge r$	EC 1
3. $p \wedge q$	EC 2
4. q	EC 3

Con la misma regla, hemos hecho tres deducciones.

Como me pedían que dedujese “q”, no he usado la regla para extraer “s” o “r”, pues no nos sirve para nada.

Pero, ¿y si lo hubiera hecho? Pues seguiría estando bien.

Introducción del disyuntor o *adición*: ID

Premisa:

1. El asesino mide 1,90m.

A

$A \vee B$

Conclusión:

2. El asesino mide 1,90m o veranea en Cancún.

(Si un enunciado es verdad, cualquier disyunción con ese enunciado será verdad).

Ejemplo de deducción con ID:

$$\mathbf{p \wedge q \vdash p \vee [r \rightarrow [s \rightarrow (t \vee u)]]}$$

- | | |
|--|---------|
| 1. $p \wedge q$ | Premisa |
| 2. p | EC 1 |
| 3. $p \vee [[r \rightarrow [s \rightarrow (t \vee u)]]]$ | ID 2 |

Si “p” es verdad, es verdad “p” **o lo que sea.**

Eliminación del disyuntor: ED

1. El asesino huyó en coche o en moto.
2. Si huyó en coche, se esconde en Cádiz.
3. Si huyó en moto, se esconde en Cádiz.

Conclusión:

4. El asesino se esconde en Cádiz.

$$A \vee B$$
$$A \rightarrow C$$
$$B \rightarrow C$$

$$C$$

Ejemplo de deducción con ED:

$p \vee q, p \rightarrow s, q \rightarrow s \vdash \neg\neg[s \vee (t \rightarrow r)]$

1. $p \vee q$	Premisa
2. $p \rightarrow s$	Premisa
3. $q \rightarrow s$	Premisa
4. s	ED 1, 2, 3
5. $s \vee (t \rightarrow r)$	ID 4
6. $\neg\neg[s \vee (t \rightarrow r)]$	DN 5

Algunas reglas requieren hacer HIPÓTESIS.

Las hipótesis funcionan como *premisas provisionales*.

En un razonamiento, siempre podemos introducir una hipótesis. Lo hacemos para ver qué podemos deducir a partir de dicha hipótesis.

Las dos reglas que requieren formular una hipótesis son la introducción del implicador (o teorema de la deducción) y la introducción del negador (o reducción al absurdo).

Lo que deduzcamos a partir de hipótesis tiene que señalarse con una especie de paréntesis que se pone delante de los números de las líneas.

Introducción del implicador o *teorema de la deducción*: II o TD

[(Hipótesis:) La víctima fue envenenada.	[A
[...	[B
[El asesino es zurdo.	A → B

Conclusión:

Si la víctima fue envenenada, el asesino es zurdo.

Nótese que la conclusión **está fuera** de la hipótesis, es decir, que **es** un enunciado que aceptamos como verdadero, aunque en sí mismo sea hipotético (porque toda implicación lo es).

Ejemplo de deducción con II o TD:

$$p \wedge (q \wedge r) \vdash p \rightarrow q$$

1.	$p \wedge (q \wedge r)$	Premisa
2.	p	Hip
3.	$q \wedge r$	EC 1
4.	q	EC 3
5.	$p \rightarrow q$	TD 2-4

$$\frac{\begin{array}{l} \text{[} A \\ \text{[} B \end{array}}{A \rightarrow B}$$

Nótese que “p” podía haberse extraído con la regla EC. Sin embargo, nos piden que demostremos una implicación, y necesitamos usar una regla que introduzca implicaciones (ESTA), así que “p” debe ser una hipótesis.

Esta vez hemos separado con guión en vez de con comas (TD 2-4) para señalar que hemos deducido *bajo hipótesis* en las líneas 2, 3 y 4.

Eliminación del implicador o *modus ponendo ponens*: EI o MP

Premisas:

1. Si Floren es culpable, Pepa le encubre.
2. Floren es culpable.

Conclusión:

3. Pepa encubre a Floren.

$A \rightarrow B$

A

B

Ejemplo de deducción con EI o MP:

$p, p \rightarrow q, q \rightarrow r, r \rightarrow s \vdash s$

1. p	Premisa
2. $p \rightarrow q$	Premisa
3. $q \rightarrow r$	Premisa
4. $r \rightarrow s$	Premisa
5. q	MP 2, 1
6. r	MP 3, 5
7. s	MP 4, 6

[	A
[	B
	$A \rightarrow B$

Introducción del negador o *reducción al absurdo*: IN o RA

[(Hipótesis:) El asesino huyó a Cádiz.

[...

[Arantxa es dentista y no es dentista.

Conclusión:

1. El asesino no huyó a Cádiz.

$$\begin{array}{l} \lceil \\ \lceil \quad A \\ \lceil \quad \dots \\ \lceil \quad B \wedge \neg B \\ \hline \neg A \end{array}$$

En la RA ponemos como hipótesis lo contrario de lo que queremos demostrar.

Recuerda que, para señalar que se trata de un razonamiento hipotético, tenemos que poner una especie de paréntesis delante de los números de las líneas.

SI alcanzamos una contradicción, significa que nuestro supuesto inicial era absurdo (como ya sabíamos desde el principio). Al llegar a la contradicción, cerramos la cadena de inferencias, o sea, cerramos el paréntesis.

La conclusión (que ya no es una hipótesis) es **la negación del supuesto.**

Ejemplo de uso de la Reducción al Absurdo: RA

$$\neg p \rightarrow q, \neg q \vdash p$$

	1. $\neg p \rightarrow q$	Premisa
	2. $\neg q$	Premisa
[	3. $\neg p$	Hipótesis
	4. q	MP 1, 3
	5. $q \wedge \neg q$	IC 2, 4
]	6. $\neg \neg p$	RA 3-5
	7. p	DN 6

Eliminación del negador o doble negación: DN

Premisa:

1. No es el caso que el asesino no fume en pipa

Conclusión:

2. El asesino fuma en pipa.

- *Premisa:*

1. El asesino tiene bigote.

- *Conclusión:*

2. No es el caso que el asesino no tenga bigote.

$\neg\neg A$	A
A	$\neg\neg A$

Ejemplo de deducción con DN:

$p \wedge q \vdash \neg \neg \neg \neg \neg \neg p \wedge q$

1. $p \wedge q$	Premisa
2. p	EC 1
3. $\neg p$	DN 2
4. $\neg \neg p$	DN 3
5. $\neg \neg \neg p$	DN 4
6. $\neg \neg \neg \neg p$	DN 5
7. $\neg \neg \neg \neg \neg p$	DN 6
8. q	EC 1
9. $\neg \neg \neg \neg \neg \neg p \wedge q$	IC 7,8

Procedimiento de deducción

1. Se determina cuáles son las premisas y se escribe cada premisa en una línea numerada, comenzando por el 1.
2. Se determina cuál es la conclusión, y se señala aparte indicando que “esto es lo queremos demostrar”.
3. Se aplican reglas de inferencia sobre las premisas y se van derivando nuevas líneas, que se van numerando.
4. La deducción termina cuando llegamos a una línea, **fuera de toda barra de hipótesis** (de la RA o la ICd) que contiene lo que queremos demostrar.

Ejemplo de deducción

Demostrar $r \vee s$ desde $\{q \rightarrow r, p \rightarrow s, q \vee p\}$

1. $q \rightarrow r$ Pr1 Colocamos las premisas numeradas

2. $p \rightarrow s$ Pr2

3. $q \vee p$ Pr3

┌ 4. q hip

| 5. r MP 1, 4 Junto a cada línea escribimos la regla

... empleada y las líneas a las que se

ha aplicado: MP 1, 4 significa que se

aplicó *Modus Ponens* entre 1 y 4

Demostrar $r \vee s$ desde $\{q \rightarrow r, p \rightarrow s, q \vee p\}$

1. $q \rightarrow r$ Pr1
2. $p \rightarrow s$ Pr2
3. $q \vee p$ Pr3
- ┌ 4. q hip
- | 5. r MP 1, 4
- └ 6. $r \vee s$ ID 5
7. $q \rightarrow (r \vee s)$ ICd 4-6
- ...

Aunque en la línea 6 ya aparece lo que queremos demostrar, está dentro de una barra abierta por una hipótesis, así que no nos sirve como conclusión. Pero podemos cerrar la barra con la regla de Introducción del Condicional.

Demostrar $r \vee s$ desde $\{q \rightarrow r, p \rightarrow s, q \vee p\}$

1. $q \rightarrow r$ Pr
2. $p \rightarrow s$ Pr
3. $q \vee p$ Pr
- ┌ 4. q hip
- | 5. r MP 1, 4
- └ 6. $r \vee s$ ID 5
7. $q \rightarrow (r \vee s)$ ICd 4-6
- ┌ 8. p hip
- | 9. s MP 2, 8
- └ 10. $r \vee s$ ID 9
11. $p \rightarrow (r \vee s)$ ICd 8-10
12. $r \vee s$ ED 3, 7, 11

Podemos introducir todas las hipótesis que necesitemos, pero la deducción no termina hasta obtener lo deseado *fuera de las barras de hipótesis*.

Las fórmulas obtenidas en las líneas 7 y 11 están fuera de dichas barras, así que podemos combinarlas sin problemas con la premisa conveniente, en este caso la línea 3.

Concluimos la deducción aplicando la Eliminación de la Disyunción en esas tres líneas.

Reglas derivadas

Las reglas de inferencia primitivas son suficientes para hacer todas las derivaciones que queremos.

Pero a veces nos encontramos con secuencias de pasos que se repiten muy a menudo y que podemos abreviar en forma de regla.

Estas reglas están derivadas de las primitivas, en el sentido de que lo que ellas hacen podría hacerse igualmente sólo con reglas primitivas, aunque de manera más larga.

Al igual que ocurre respecto al número de conectivas, se trata de encontrar un equilibrio en una cantidad de reglas que sea manejable pero suficiente para nuestros fines.

Identidad (Id)

Podemos repetir cualquier línea ya obtenida, siempre y cuando no la saquemos ilegalmente fuera de unas barras (pero siempre podemos meterla *dentro*).

PD: La doble barra indica que ambas fórmulas son equivalentes, esto es, que tienen la misma tabla de verdad. Una consecuencia de ello es que cualquiera de ellas sirve de premisa para la otra.

$$\underline{\underline{\alpha}} \\ \alpha$$

Simetría (Sim)

$$\alpha \vee \beta$$

$$=====$$

$$\beta \vee \alpha$$

$$\alpha \wedge \beta$$

$$=====$$

$$\beta \wedge \alpha$$

Modus Tollendo Tollens: MT

$\alpha \rightarrow \beta$ Si el crimen fue en la sala, fue con el puñal
 $\neg \beta$ El crimen no fue con el puñal

$\neg \alpha$ El crimen no fue en la sala

Silogismo Disyuntivo o Tollendo Ponens (SD)

$\alpha \vee \beta$ El asesino es Rómulo o Remo
 $\neg \alpha$ El asesino no es Rómulo

β El asesino es Remo

Leyes de De Morgan

Las equivalencias entre conyuntor, disyuntor y condicional pueden explotarse para obtener reglas de inferencia basadas en ellas.

$$\alpha \wedge \beta \quad \equiv \quad \neg(\neg\alpha \vee \neg\beta) \quad \equiv \quad \neg(\alpha \rightarrow \neg\beta)$$

$$\neg(\alpha \wedge \beta) \equiv \neg\alpha \vee \neg\beta \quad \equiv \quad \alpha \rightarrow \neg\beta$$

$$\alpha \vee \beta \quad \equiv \quad \neg(\neg\alpha \wedge \neg\beta) \quad \equiv \quad \neg\alpha \rightarrow \beta$$

$$\neg(\alpha \vee \beta) \equiv \neg\alpha \wedge \neg\beta \quad \equiv \quad \neg(\neg\alpha \rightarrow \beta)$$

$$\alpha \rightarrow \beta \quad \equiv \quad \neg(\alpha \wedge \neg\beta) \quad \equiv \quad \neg\alpha \vee \beta$$

$$\neg(\alpha \rightarrow \beta) \quad \equiv \quad \alpha \wedge \neg\beta \quad \equiv \quad \neg(\neg\alpha \vee \beta)$$

Ejercicios resueltos de deducción:

- <https://www.youtube.com/watch?v=WzonHoz4TIA>

10 argumentos para examinar

ACLARACIONES PREVIAS:

- Puede que sean válidos o puede que no.
- Si lo son, podremos demostrarlo por tablas de verdad o usando las reglas del cálculo lógico.
- Si no lo son, podremos demostrarlo por tablas de verdad, pero no usando las reglas.
- Las reglas solo pueden proporcionar consecuencias válidas a partir de las premisas dadas. Por ello, su uso no está indicado para averiguar si un razonamiento es o no válido. Sin embargo pueden utilizarse para indicarnos cómo deberían estar contruidos los argumentos para que fueran válidos.

1. Si el mundo es eterno implica que el alma es inmortal o no hay alma. El alma es mortal si hay alma pero no es el cerebro. Entonces, si el alma es el cerebro, el mundo es eterno o Aristóteles nos engañó a todos.

2. Si Luis no copió en el examen, no infringió sus deberes de lector y no se le suspenderá. Si la opinión de un profesor que afirma que copió prevalece, será suspendido. Luis no copió. Todo ello implica que la opinión del mencionado profesor no prevalecerá.

3. Como el que es menor de edad, o está inhabilitado, no se puede presentar a las elecciones, entonces, si uno se puede presentar a las elecciones, ni es menor de edad ni está inhabilitado.

4. Si Rogelio ha firmado el contrato y el contrato es legal y no lo ha incumplido, Eustaquio perderá el juicio. Si Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio, no ha firmado el contrato. El hecho es que Rogelio no ha aceptado la oferta de Eustaquio. En consecuencia, Eustaquio ganará la demanda judicial.

5. Si Federico es un inútil, estará en la comisión. Si no está en la comisión entonces es un desinteresado. Si es un desinteresado, la gente no le votará. En consecuencia, o la gente no le votará o es un inútil.

6. O la lógica es difícil o no le gusta mucho a los alumnos. Si las matemáticas son fáciles entonces la lógica no es difícil. En consecuencia, si a muchos alumnos les gusta la lógica es que las matemáticas no son fáciles.

7. Si se elevan los precios o los salarios habrá inflación. Si hay inflación entonces el Congreso debe regularla o el pueblo sufrirá. Si el pueblo sufre, los congresistas se harán impopulares. El Congreso no regulará la inflación y los congresistas no se volverán impopulares. En consecuencia, los salarios no subirán.

8. Si aumentan los precios, aumentan los salarios. Los precios aumentan si el gobierno no los controla. Si el gobierno los controla, no hay inflación. Pero hay inflación. En consecuencia, aumentan los salarios.

9. Si el mercado es totalmente libre, un solo proveedor no puede alterar los precios. Si un solo proveedor no puede alterar los precios es que hay un gran número de proveedores. En consecuencia, el mercado es totalmente libre o no hay un gran número de proveedores.

10. Si los averroístas tienen razón, entonces si el mundo es eterno no ha sido creado. Si Tomás de Aquino está en lo cierto entonces que el mundo ha sido creado no implica que no sea eterno. Pero el mundo no puede ser eterno y no ser eterno a la vez. Por tanto, si el mundo ha sido creado y los averroístas tienen razón, entonces Tomás de Aquino no la tiene.